

**SEBASTIÃO LAURO NAU**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO DE  
CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DO RUÍDO  
ACÚSTICO DE ORIGEM MAGNÉTICA GERADO  
POR MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS**

**FLORIANÓPOLIS  
2000**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**ELÉTRICA**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO DE**  
**CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DO RUÍDO**  
**ACÚSTICO DE ORIGEM MAGNÉTICA GERADO**  
**POR MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS**

Dissertação submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.


**SEBASTIÃO LAURO NAU**

Florianópolis, outubro de 2000

# DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DO RUÍDO ACÚSTICO DE ORIGEM MAGNÉTICA GERADO POR MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS


Sebastião Lauro Nau

‘Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em *Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos*, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.’



---

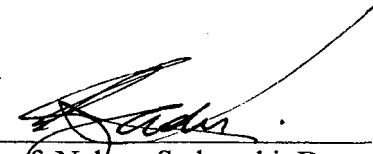
Prof. Nelson Sadowski, Dr.  
Orientador



---

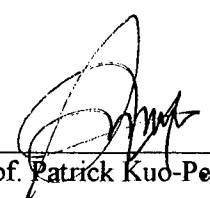
Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:



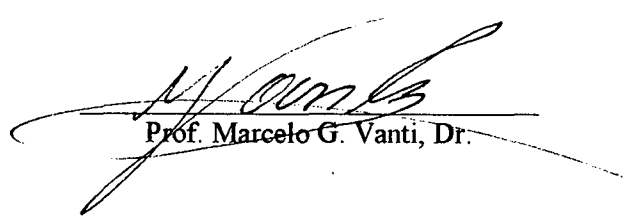
---

Prof. Nelson Sadowski, Dr.  
Presidente



---

Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.



---

Prof. Marcelo G. Vanti, Dr.

**"O saber não ocupa lugar"**, ditado popular dito a mim carinhosamente por Lauro José Nau, meu pai, quando entrei na 1ª série do I Grau.

Às mulheres da minha vida:

Rosmeri, minha esposa.

Angélica, Aline e Caroline, minhas filhas



## AGRADECIMENTOS

À WEG, pelo incentivo e liberação para cursar as disciplinas do curso em Florianópolis e por incentivar o desenvolvimento de seus engenheiros.

Aos professores do GRUCAD, pela disposição em criar um horário especial para que os alunos da WEG pudessem realizar o curso.

Ao meu orientador, professor Nelson Sadowski, pela confiança no meu trabalho e por sua amizade.

Aos colegas de curso e de viagem, Siegfried Kreutzfeld, Mário Célio Contin, Fredemar Runcos e Paulo Sérgio dos Santos, pelos momentos de pura discussão filosófica sobre a vida durante as incontáveis horas de viagem em plena duplicação da BR101.

Aos colegas do departamento de P&D da WEG Motores: Fernanda Inês Maestri, Valmir Stoinski, Ivan Gaboardi, Marcelo Verardi, Marcelo Silva e Eduardo Duarte pelo auxílio na elaboração de gráficos e figuras; ao Solon Brum Silveira pela ajuda na realização do programa de cálculo; ao Adilson Machado pela ajuda na elaboração dos protótipos e ao Alex Sandro Barbosa Passos pelas simulações no software ANSYS.

Aos meus pais, a quem nunca conseguirei retribuir toda preocupação e zelo.

À minha esposa Rosmeri e às minhas filhas Angélica, Aline e Caroline, razões do meu esforço, pela compreensão e estímulo.

E, acima de tudo, a Deus, pelas oportunidades, disposição e alegria de viver.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

# **DESENVOLVIMENTO DE UM MÉTODO DE CÁLCULO PARA DETERMINAÇÃO DO RUÍDO ACÚSTICO DE ORIGEM MAGNÉTICA GERADO POR MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS**

**Sebastião Lauro Nau**

Outubro/2000

Orientador: Prof. Nelson Sadowski, Dr.

Área de Concentração: Conceção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos

Palavras-chave: ruído magnético, ruído acústico, motor de indução, harmônicas, forças.

Número de Páginas: 117

**RESUMO:** Este trabalho apresenta uma metodologia para o cálculo do ruído de origem magnética em motores de indução. Particularmente, é apresentado um método analítico de cálculo do ruído magnético de motores de indução trifásicos com rotor de gaiola. Inicialmente, são apresentados os aspectos teóricos e conceituais referentes à geração do ruído acústico de origem magnética em máquinas elétricas e a metodologia de determinação das diversas harmônicas de indução presentes no entreferro da máquina. Após, usando o tensor de Maxwell, são determinadas as forças periódicas que atuam no entreferro e as amplitudes e frequências das deformações do pacote de chapas do estator. As frequências naturais de vibração do pacote de chapas do estator são calculadas a fim de se obter os fatores de ressonância e a respectiva deformação amplificada. Finalmente, é determinado o ruído em nível de pressão sonora na superfície do pacote de chapas do estator e a um metro do motor para vários modos de vibração e frequências. Para validação da metodologia apresentada, foi desenvolvido um programa computacional que calcula os vários ruídos de origem magnética com suas frequências e respectivos modos de vibração, separando-os por causa geradora. Este programa objetiva agilizar e permitir a análise do ruído magnético de motores elétricos ainda na fase de projeto. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados de ensaio para dez motores trifásicos de pequeno e médio portes, demonstrando uma boa concordância qualitativa dos resultados e mostrando-se muito útil na otimização do projeto dos motores elétricos.

Abstract of Dissertation presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master in Electrical Engineering.

## **DEVELOPMENT OF A METHOD TO CALCULATE MAGNETIC ACOUSTIC NOISE GENERATED BY THREE-PHASE INDUCTION MOTOR**

**Sebastião Lauro Nau**

October/2000

Advisor: Prof. Nelson Sadowski, Dr.

Area of Concentration: Conception and Analysis of Electromagnetic Devices

Keywords: magnetic noise, acoustic noise, induction motor, harmonics, forces.

Number of Pages: 117

**ABSTRACT:** This work presents a methodology to calculate magnetic noise of induction motors. Particularly, it is presented an analytical method to calculate the magnetic noise generated by three phase squirrel cage induction motors. Initially, theoretical and conceptual aspects concerning the generation of magnetic acoustic noise of electrical machines and the methodology to determine the induction harmonics of the airgap are presented. After, by Maxwell's stress tensor, oscillating forces acting in the airgap and the amplitude and frequency of the deformation of the stator stack are determined. The natural frequencies of the stator stack are calculated in order to find the resonance factors and the respective increased deformation. Finally, the noise is determined in terms of sound pressure level over the stator surface and at one meter from the motor for several vibration modes and frequencies. To validate the presented methodology, a software was developed to calculate the magnetic noise and the frequencies and respective vibration modes involved, segregating them by the causes that generated them. This software aims to allow and become faster the analysis of the magnetic noise of the electric motors in the design stage. The software results were compared to the tests results for ten small and medium three phase motors, showing a good qualitative agreement and, therefore, becoming an excellent tool for design optimization of induction electric motors.

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>2. TEORIA SOBRE A GERAÇÃO DO RUÍDO DE ORIGEM MAGNÉTICA.....</b>	<b>4</b>
2.1 Introdução.....	4
2.2 Nível de Pressão Sonora .....	6
2.3 Nível de Potência Sonora.....	6
2.4 Escalas dos Níveis Sonoros.....	7
2.5 Banda de Oitava, de Um Terço de Oitava e Espectro de Frequência.....	9
2.6 Ruído Magnético.....	9
2.7 Ondas de Forças Radiais.....	13
2.8 Determinação Genérica das Ondas de Indução no entreferro.....	15
2.9 Ondas de Permeância.....	19
2.9.1 - Permeância das ranhuras do estator.....	19
2.9.2 Permeância das ranhuras do rotor.....	20
2.9.3 Permeância total das ranhuras.....	21
2.9.4 Permeância de Saturação.....	23
2.9.5 Permeância de Excentricidade.....	25
2.10 Ondas de densidade linear de corrente.....	27
2.11 Correntes do Rotor de Máquinas Assíncronas de Gaiola.....	29
2.12 Harmônicas de Indução Resultantes.....	32
2.13 Forças.....	34
2.13.1 Ondas de Forças Radiais.....	34
2.13.2 Ondas de Forças Tangenciais e Momentos.....	38
2.14 Deformações.....	40
2.14.1 Ressonância.....	44
2.15 Nível de ruído na superfície do pacote de chapas do estator.....	46
<b>3. FREQUÊNCIAS NATURAIS DE FLEXÃO E DE TORÇÃO DE ESTADORES DE MÁQUINAS ELÉTRICAS.....</b>	<b>49</b>
3.1 Grandezas necessárias para o cálculo das frequências naturais de flexão.....	51
3.2 Cálculo das frequências naturais de flexão.....	53
3.3 Grandezas necessárias para o cálculo das frequências naturais de torção.....	54

3.4	Cálculo das frequências naturais de torção.....	57
3.5	Exemplos de cálculo das frequências naturais de flexão e de torção.....	57
3.6	Determinação das frequências naturais do pacote de chapas do estator através do método de elementos finitos.....	59
3.6.1	Exemplos de Cálculo.....	60
<b>4.</b>	<b>CÁLCULO DAS HARMÔNICAS DE INDUÇÃO.....</b>	<b>67</b>
4.1	Cálculo das harmônicas de indução do estator.....	67
4.1.1	Harmônica de indução fundamental do estator.....	67
4.1.2	Harmônicas de indução do enrolamento do estator.....	68
4.1.3	Harmônicas de indução das ranhuras do estator.....	69
4.1.4	Harmônicas de indução resultantes do estator.....	69
4.2	Cálculo das harmônicas de indução do rotor.....	71
4.2.1	Harmônicas de indução do enrolamento do rotor.....	73
4.2.2	Harmônicas de indução das ranhuras do rotor.....	74
4.2.3	Harmônicas de indução do rotor resultantes.....	75
4.3	Cálculo das harmônicas de indução de saturação.....	75
4.3.1	Onda de indução fundamental de saturação.....	75
4.3.2	Onda de indução de saturação do rotor.....	76
4.4	Cálculo das harmônicas de indução de excentricidade.....	77
4.4.1	Onda de indução fundamental de excentricidade.....	77
4.4.2	Onda de indução de excentricidade do rotor.....	78
<b>5.</b>	<b>DESCRIÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO.....</b>	<b>80</b>
<b>6.</b>	<b>ANÁLISE EXPERIMENTAL.....</b>	<b>83</b>
6.1	Motores ensaiados – Resultados.....	83
6.2	Análise dos resultados.....	89
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>92</b>
7.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	93
<b>9.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>94</b>

**ANEXO 1 – ESPECTROS DE RUÍDO DOS MOTORES ENSAIADOS.....97**

**ANEXO 2 – COMBINAÇÃO DE RANHURAS DO ESTATOR E ROTOR.....113**

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 2.1 – Escala dos medidores sonoros A, B, C e D
- Figura 2.2 – Espectro de frequência do ruído emitido por um motor de indução
- Figura 2.3 – Esquema de geração do ruído de origem magnética
- Figura 2.4 – Curvas de potência de radiação relativa
- Figura 2.5 – Densidade linear de corrente no entreferro
- Figura 2.6 – Referência da coordenada do estator e a forma da permeância
- Figura 2.7 – Referência da coordenada do rotor e a forma da permeância
- Figura 2.8 – Influência da saturação no entreferro
- Figura 2.9 – Excentricidade. Deslocamento do rotor em relação ao estator
- Figura 2.10 – Ondas de permeância da excentricidade
- Figura 2.11 – Densidade linear de corrente para uma ranhura
- Figura 2.12 – Origem das coordenadas do rotor
- Figura 2.13 – Força magnética unilateral no entreferro
- Figura 2.14 – Força tangencial
- Figura 2.15 – Modos de vibração
- Figura 2.16 – Fator de ressonância
- Figura 3.1 – Dimensões do estator
- Figura 3.2 – Área dos dentes do estator
- Figura 3.3 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=0$ ,  $f_n=15553\text{Hz}$  (com enrolamento)
- Figura 3.4 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=2$ ,  $f_n=4318,6\text{Hz}$  (com enrolamento)
- Figura 3.5 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=3$ ,  $f_n=11462\text{Hz}$  (com enrolamento)
- Figura 3.6 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=4$ ,  $f_n=20461\text{Hz}$  (com enrolamento)
- Figura 3.7 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=5$ ,  $f_n=31546\text{Hz}$  (com enrolamento)
- Figura 3.8 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=0$ ,  $f_n=11526\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.9 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=1$ ,  $f_n=17355\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.10 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=2$ ,  $f_n=1563,6\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.11 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=3$ ,  $f_n=4234,5\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.12 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=4$ ,  $f_n=7715\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.13 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=5$ ,  $f_n=11687\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.14 – Deformação do estator para o motor de 1cv/6pólos,  $r=6$ ,  $f_n=15674\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.15 – Deformação do estator para o motor de 450cv/6pólos,  $r=2$ ,  $f_n=253,1\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.16 – Deformação do estator para o motor de 450cv/6pólos,  $r=3$ ,  $f_n=739,2\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 3.17 – Deformação do estator para o motor de 450cv/6pólos,  $r=4$ ,  $f_n=1420\text{Hz}$  (sem enrolamento)

Figura 4.1 – Diagrama fasorial para as harmônicas de indução do estator

Figura 4.2 – Diagrama fasorial para as correntes e harmônicas de indução do rotor

Figura 6.1 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 1cv/8pólos

Figura 6.2 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 3cv/4pólos

Figura 6.3 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 5cv/8pólos

Figura 6.4 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 7,5cv/4pólos

Figura 6.5 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 7,5cv/6pólos

Figura 6.6 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 5cv/8pólos

Figura 6.7 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 7,5cv/8pólos

Figura 6.8 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 10cv/6pólos

Figura 6.9 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 15cv/6pólos

Figura 6.10 – Comparação entre os níveis de pressão sonora do motor de 20cv/4pólos



## SIMBOLOGIA

<b>Símbolo</b>	<b>Denominação</b>	<b>Unidade</b>
$a$	Fator de amortecimento	
$A_{nl}$	Área da ranhura do estator	$[m^2]$
$A_{cul}$	Área do condutor do enrolamento do estator	$[m^2]$
$A_{cl}$	Área da coroa do estator	$[m^2]$
$A_{kl}$	Área equivalente de ferro da ranhura do estator	$[m^2]$
$A_{zl}$	Área dos dentes do estator	$[m^2]$
$b_{01}$	Largura da saída da ranhura do estator	$[m]$
$b_{02}$	Largura de saída da ranhura do rotor	$[m]$
$b_{31}$	Largura da ranhura do estator na base (fundo)	$[m]$
$b_{dc1}$	Largura do dente do estator na coroa (base da ranhura)	$[m]$
$b_{nl}$	Largura média da ranhura do estator	$[m]$
$b_{nls}$	Largura média da ranhura do estator segundo Müller-Tomfelde	$[m]$
$b_{zl}$	Largura média do dente do estator	$[m]$
$b_{zls}$	Largura média do dente do estator segundo Müller-Tomfelde	$[m]$
$b_{za}$	Largura do dente do estator na base da ranhura	$[m]$
$b_{ze}$	Largura do dente do estator na saída da ranhura	$[m]$
$b_{zm}$	Largura do dente do estator no meio do dente	$[m]$
$b_k$	Largura do canal radial de ventilação	$[m]$
$B_{3p}$	Onda de indução fundamental de saturação do estator	$[T]$
$B_{av}$	Harmônicas de indução amortecidas do estator	$[T]$
$B_{Nv}$	Harmônicas de indução das ranhuras do estator	$[T]$
$B_{N\lambda}$	Harmônicas de indução das ranhuras do rotor	$[T]$
$B_{N\lambda s}$	Harmônicas de indução de saturação das ranhuras do rotor	$[T]$
$B_{N\lambda ee}$	Harmônicas de indução de ranhuras do rotor devido à excentricidade estática	$[T]$
$B_{N\lambda ed}$	Harmônicas de indução de ranhuras do rotor devido à excentricidade dinâmica	$[T]$
$B_p$	Onda de indução fundamental do estator	$[T]$

<b>Símbolo</b>	<b>Denominação</b>	<b>Unidade</b>
$B_{sa}$	Harmônicas de indução de saturação amortecidas	[T]
$B_{wv}$	Harmônicas de indução do enrolamento do estator	[T]
$B_{w\lambda}$	Harmônicas de indução de enrolamento do rotor	[T]
$B_{w\lambda s}$	Harmônicas de indução de saturação do enrolamento do rotor	[T]
$B_{w\lambda ee}$	Harmônicas de indução de enrolamento do rotor devido à excentricidade estática	[T]
$B_{w\lambda ed}$	Harmônicas de indução de enrolamento do rotor devido à excentricidade dinâmica	[T]
$B_v$	Harmônicas de indução do estator	[T]
$B_\lambda$	Harmônicas de indução do rotor	[T]
$B_{\lambda s}$	Harmônicas de indução de saturação do rotor	[T]
$B_{\lambda ee}$	Harmônicas de indução de excentricidade estática do rotor	[T]
$B_{\lambda ed}$	Harmônicas de indução de excentricidade dinâmica do rotor	[T]
$B_{ee}$	Harmônicas de indução de excentricidade estática do estator	[T]
$B_{ed}$	Harmônicas de indução de excentricidade dinâmica do estator	[T]
$D_1$	Diâmetro interno do estator	[m]
$D_{c1}$	Diâmetro interno da coroa do estator	[m]
$D_{e1}$	Diâmetro externo do estator	[m]
$D_{e2}$	Diâmetro externo do rotor	[m]
$d_{s1}$	Passo do enrolamento do estator em número de ranhuras	
$E$	Módulo de elasticidade	[N/m <sup>2</sup> ]
$f$	Frequência da rede de alimentação	[Hz]
$f_p$	Fator de potência	
$f_s$	Frequência da harmônica de indução de saturação do estator	[Hz]
$f_{w1}$	Fator de enrolamento para a onda fundamental do estator	
$f_{s\lambda}$	Fator de inclinação segundo Müller-Tomfelde	
$f_r$	Frequência da força	[Hz]
$f_{s\lambda}$	Fator de inclinação segundo Müller-Tomfelde	
$f_\lambda$	Frequência das harmônicas de indução do rotor	[Hz]
$f_{\lambda s}$	Frequência das harmônicas de indução de saturação do rotor	[Hz]

<b>Símbolo</b>	<b>Denominação</b>	<b>Unidade</b>
$f_{\lambda ed}$	Freq. das harmônicas de indução de excentric. dinâmica do rotor	[Hz]
$f_{\lambda ee}$	Freq. das harmônicas de indução de excentric. estática do rotor	[Hz]
$f_v$	Frequência das harmônicas de indução do estator	[Hz]
$f_e$	Frequência das harmônicas de indução de excentricidade do estator	[Hz]
$f_{d\delta}$	Relação entre fmm dos dentes e do entreferro	
$f_{nf0}$	Frequência natural de flexão do estator para $r = 0$	[Hz]
$f_{nf}$	Frequência natural de flexão do estator para $r \geq 2$	[Hz]
$f_{nt}$	Frequência natural de torção do pacote de chapas/estator	[Hz]
$f_s$	Fator de encurtamento do passo	
$f_z$	Fator de zona	
$F_{c1}$	Força magneto-motriz da coroa do estator	[A]
$F_{c2}$	Força magneto-motriz da coroa do rotor	[A]
$F_{d1}$	Força magneto-motriz do dente do estator	[A]
$F_{d2}$	Força magneto-motriz do dente do rotor	[A]
$F_r$	Força magnética radial no entreferro	[N]
$F_t$	Força magneto-motriz total	[A]
$F_T$	Força magnética tangencial	[N]
$F_\delta$	Força magneto-motriz do entreferro	[A]
$g_1$	Número inteiro usado para calcular a ordem das harmônicas do estator	
$g_2$	Número inteiro usado para calcular a ordem das harmônicas do rotor	
$g_{s\lambda}$	Fator de torção	
$G$	Módulo de cisalhamento	[N/m <sup>2</sup> ]
$G_{c1}$	Massa da coroa do estator	[kg]
$G_{cu1}$	Massa do enrolamento do estator	[kg]
$G_{z1}$	Massa dos dentes do estator	[kg]
$h_{01}$	Altura da saída da ranhura do estator	[m]
$h_{02}$	Altura da saída da ranhura do rotor	[m]
$h_{11}$	Altura da parte inclinada da ranhura do estator	[m]
$h_2$	Altura da barra do rotor	[m]
$h_{c1}$	Altura da coroa do estator	[m]
$h_{n1}$	Altura total da ranhura	[m]

<b>Símbolo</b>	<b>Denominação</b>	<b>Unidade</b>
$h_{s1}$	Altura total do pacote de chapas	[m]
$i_1$	Coeficiente de rigidez da coroa do estator	
$incl$	Inclinação do rotor ou do estator em número de ranhuras do estator	
$I_1$	Corrente de fase do motor	[A]
$I_2$	Corrente do rotor referida ao estator	[A]
$I_{Rv}$	Corrente do rotor	[A]
$I_\mu$	Corrente de magnetização	[A]
$J_{c1}$	Momento de inércia da coroa do estator	[m <sup>4</sup> ]
$J_{p1}$	Momento de inércia polar da superfície do estator	[m <sup>4</sup> ]
$J_{pn1}$	Momento de inércia polar da coroa do estator no local da ranhura	[m <sup>4</sup> ]
$J_{pz1}$	Momento de inércia polar da coroa do estator no local do dente	[m <sup>4</sup> ]
$J_{t1}$	Momento de inércia de torção resultante	[m <sup>4</sup> ]
$J_{tn1}$	Momento de inércia de torção para a coroa do estator no local da ranhura	[m <sup>4</sup> ]
$J_{tz1}$	Momento de inércia de torção para a coroa com os dentes	[m <sup>4</sup> ]
$J_{x1}$	Momento de inércia da seção transversal da coroa do estator	[m <sup>4</sup> ]
$J_{z1}$	Momento de inércia da massa de um dente	[kgm <sup>2</sup> ]
$k_{c1}$	Fator de Carter para o estator	
$k_{c2}$	Fator de Carter para o rotor	
$k_{cu1}$	Fator de acoplamento de massa do cobre p/ o enrolamento do estator	
$k_s$	Fator de saturação	
$k_t$	Fator de Taegen	
$k_{fe}$	Fator de empilhamento	
$L_1$	Comprimento do pacote de chapas	[m]
$L_2$	Comprimento do pacote de chapas do rotor (sem canais radiais de ventilação)	[m]
$L_e$	Comprimento efetivo do pacote de chapas	[m]
$L_I$	Nível de Intensidade Sonora	[dB(A)]
$L_p$	Nível de Pressão Sonora	[dB(A)]
$L_r$	Nível de pressão sonora na superfície do pacote de chapas	[dB(A)]
$L_w$	Nível de Potência Sonora	[dB(A)]
$m$	Número de fases do estator	

<b>Símbolo</b>	<b>Denominação</b>	<b>Unidade</b>
$n$	Denominador da fração de $q_1$	
$N_1$	Número de ranhuras do estator	
$N_2$	Número de ranhuras do rotor	
$n_{syn}$	Rotação síncrona	[rpm]
$p$	Número de pares de pólos	
$q_1$	Número de ranhuras por pólo e por fase do estator	
$r$	Modo de vibração	
$r_{max}$	Valor máximo do modo de vibração	
$R$	Raio externo do rotor	[m]
$R_{cm1}$	Raio médio da coroa do estator	[m]
$R_{cm1s}$	Raio médio da coroa do estator segundo Müller-Tomfelde	[m]
$s$	Escorregamento	
$s_v$	Escorregamento das harmônicas	
$t_{n1}$	Passo da ranhura do estator	[m]
$t_{n2}$	Passo da ranhura do rotor	[m]
$t_{z1}$	Passo do dente do estator	[m]
$T_{rv}$	Força magnética tangencial	[N]
$V_{ef}$	Tensão eficaz de fase do motor	[V]
$W_1$	Número de espiras em série por fase do enrolamento do estator	
$Y_B$	Componente de deformação devido à flexão	[m]
$Y_r$	Deformação radial do pacote de chapas	[m]
$y_1$	Passo médio do enrolamento	
$z_k$	Número de canais radiais	
$\delta_{mag}$	Entreferro magnético	[m]
$\delta''$	Entreferro magnético, considerando a saturação	[m]
$\delta_s$	Entreferro para a onda fundamental de saturação e de excentricidade	[m]
$\delta_v$	Entreferro para as harmônicas	[m]
$\delta_g$	Entreferro geométrico	[m]
$\Delta_{m1}$	Fator de acréscimo de massa para a torção	
$\Delta_{x1}$	Fator de acréscimo de massa para a deformação radial	
$\gamma_{cu}$	Massa específica do cobre	[kg/m <sup>3</sup> ]

<b>Símbolo</b>	<b>Denominação</b>	<b>Unidade</b>
$\gamma_{fe}$	Massa específica do ferro	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\lambda$	Pares de pólos das harmônicas do rotor	
$\lambda_s$	Pares de pólos das harmônicas de saturação do rotor	
$\lambda_e$	Pares de pólos das harmônicas de excentricidade do rotor	
$\nu$	Pares de pólos das harmônicas do estator	
$\nu_s$	Pares de pólos das harmônicas de saturação do estator	
$\nu_e$	Pares de pólos das harmônicas de excentricidade do estator	
$\psi$	Componente de deformação devido à torção por unidade de comprimento	
$\xi_{kv}$	Fator de ranhura do rotor segundo Taegen	
$\xi_{kvw}$	Fator de ranhura para as harmônicas de enrolamento do rotor	
$\xi_{N\lambda}$	Fator de abertura das ranhuras do rotor	
$\xi_{N\nu}$	Fator de abertura das ranhuras do estator	
$\xi_{IN}$	Fator de amplitude para as harmônicas de ranhura do estator	
$\xi_{2N}$	Fator amplitude para as harmônicas de ranhura do rotor	
$\xi_{se}$	Fator de inclinação para as harmônicas de indução de excentricidade do rotor	
$\xi_{s\lambda}$	Fator de inclinação das ranhuras do rotor	
$\xi_{s3p}$	Fator de inclinação para a saturação do estator	
$\xi_{sv}$	Fator de inclinação para a corrente do rotor $I_{Rv}$	
$\tau_r$	Densidade de força radial	[N/m <sup>2</sup> ]
$\tau_p$	Passo polar	[m]
$\phi_l$	Ângulo de fase da corrente fundamental	[graus]
$\phi_a$	Ângulo do fator de amortecimento	[graus]
$\phi_{av}$	Ângulo de fase das harmônicas do estator amortecidas	[graus]
$\phi_{Rv}$	Ângulo de fase da corrente do rotor	[graus]
$\phi_v$	Ângulo de fase das harmônicas do estator	[graus]
$\phi_\lambda$	Ângulo de fase das harmônicas do rotor	[graus]
$\omega_\lambda$	Frequência angular das harmônicas de indução do rotor	[rad/s]
$\omega_v$	Frequência angular das harmônicas de indução do estator	[rad/s]

## 1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, tem-se notado a crescente preocupação da população com o problema da poluição sonora e seus efeitos sobre as pessoas expostas a ruídos excessivos por períodos prolongados. Esta preocupação originou leis em muitos países, entre eles o Brasil, com o objetivo de regulamentar questões-pertinentes a esta área. O principal alvo destas leis são os locais de trabalho - escritórios, fábricas etc. - onde as pessoas adultas passam boa parte de suas vidas expostas a ruídos gerados por máquinas e equipamentos que, muitas vezes, não foram concebidos para gerarem o menor ruído possível.

Os motores elétricos não podem ser esquecidos quando se deseja reduzir o ruído nos ambientes de trabalho. Eles são uma importante fonte de ruído. Além disso, determinado tipo de ruído emitido pelos motores elétricos, que possui uma frequência bem definida (tom puro) é bastante incômodo, mesmo que sua amplitude não seja a maior dentre todas as fontes de ruído presentes. Obviamente, pode-se reduzir o ruído de um motor elétrico enclausurando-o com materiais absorventes de som. Esta solução, no entanto, não é econômica e, além do mais, interfere nas características térmicas e no desempenho do motor.

A melhor maneira de se reduzir o ruído gerado por um motor elétrico é conhecer todas as causas que o geram e otimizar o projeto de modo que o ruído seja reduzido na fonte. Na verdade, esta é a solução que os clientes esperam dos fabricantes de motores elétricos. Assim, não haveria a necessidade de o cliente arcar com os custos de um possível enclausuramento, se este fosse possível de ser realizado.

Para se ter uma idéia da importância que a redução de ruído em motores elétricos tem hoje, basta citar que o ruído elevado é um motivo suficiente para se modificar toda uma linha de produtos. De um modo geral, quatro são os fatores que estão acelerando o desenvolvimento de máquinas elétricas girantes mais silenciosas:

1. Preocupação de toda a sociedade em relação ao ruído ambiental e às condições de trabalho (qualidade de vida), dando origem à Legislação que regulamenta o nível de ruído e o tempo de exposição ao ruído, no local de trabalho, a que uma pessoa está sujeita. Como exemplo, podemos citar a NR-15 (Norma Regulamentadora do Ministério do Trabalho que trata das Atividades e Operações Insalubres).
2. Exigências cada vez maiores das Entidades Normativas e de Homologação de Produtos para se baixar o ruído produzido pelas máquinas elétricas girantes. A terceira edição (de

1997) da norma IEC 60034-9 - “Máquinas Elétricas Girantes – Parte 9: Limites de Ruído”, por exemplo, apresenta os níveis máximos de potência sonora em dB(A) em vazio para motores trifásicos de indução de gaiola de velocidade única e um aumento incremental esperado no nível de potência sonora para a condição de carga nominal.

3. Exigências dos próprios clientes que, muitas vezes, extrapolam os limites das normas na busca de uma máquina elétrica girante que atenda às suas características específicas.
4. Percepção do cliente de que um motor elétrico mais silencioso tem maior qualidade e maior vida útil.

Existem três grandes fontes de ruído nos motores elétricos: ruído devido à ventilação, ruído de origem mecânica e ruído magnético. A razão de se separar o ruído total de um motor elétrico nessas três categorias é poder avaliar a influência de cada fonte isoladamente, pois elas apresentam percentuais diferentes de ruído em relação ao ruído total para motores de polaridades diferentes. Com isto, é possível reduzir o ruído da fonte de maior intensidade.

Dentre as fontes de ruído de um motor de indução, é o ruído magnético que está relacionado com o projeto eletromagnético do motor. Porém, as características mecânicas também exercem influência. Entre elas pode-se citar as dimensões do estator, a prensagem do estator na carcaça, o tipo de impregnação do enrolamento e as tolerâncias de fabricação, principalmente aquelas relacionadas com a excentricidade do entreferro. Através do conhecimento dos campos eletromagnéticos no entreferro das máquinas elétricas e do comportamento mecânico de sua estrutura, e utilizando técnicas de projeto apropriadas, é possível reduzir o ruído magnético dos motores elétricos.

Sabe-se que as ranhuras do rotor e do estator são responsáveis pela geração das maiores amplitudes do ruído magnético dos motores. Esta fonte de ruído pode ser reduzida através de uma combinação adequada do número de ranhuras do estator e do rotor e, em muitos casos, de uma inclinação das ranhuras do rotor suficiente para reduzir a concatenação do fluxo magnético harmônico entre estator e rotor, responsável pela geração das ondas de força. Naturalmente, pode-se inclinar também as ranhuras do estator. Na prática, porém, é muito mais simples inclinar as ranhuras do rotor. A inclinação das ranhuras do estator restringe-se aos motores com ímãs permanentes no rotor. Outra forma de se reduzir o ruído sonoro de origem magnética é atenuando a resposta mecânica do sistema às excitações. Neste caso, é necessário conhecer o comportamento da estrutura mecânica do motor.



Diante do exposto, esta dissertação tem como objetivos:

- apresentar a teoria de geração do ruído de origem magnética para motores de indução;
- apresentar as equações para o cálculo analítico das frequências naturais do pacote de chapas do estator, de modo a permitir o cálculo analítico dos fatores de ressonância e, conseqüentemente, da amplificação do ruído;
- apresentar as equações para o cálculo analítico das harmônicas de indução do estator, do rotor, de saturação e de excentricidade com suas respectivas frequências e pares de pólos;
- apresentar as equações para o cálculo analítico das forças, deformações e, conseqüentemente, do ruído devido à combinação das diversas harmônicas de indução, identificando os modos de vibração presentes e as frequências envolvidas;
- validar os resultados de cálculo através da medição do ruído magnético em diversos motores;
- identificar as principais causas do ruído de origem magnética em motores de indução.

É um objetivo também desta dissertação, elaborar o texto sobre a teoria de geração do ruído de origem magnética de forma didática e detalhada, fornecendo uma seqüência lógica de cálculo, de modo a estimular o seu uso por outros engenheiros interessados no assunto, principalmente aqueles que pesquisam, projetam e especificam motores elétricos de indução.

## 2. TEORIA SOBRE A GERAÇÃO DO RUÍDO DE ORIGEM MAGNÉTICA

### 2.1 Introdução

O motor elétrico de indução foi inventado em 1889 por Dolivo Dobrowolski, um engenheiro russo que trabalhava para a firma alemã AEG, muito embora nomes como o do italiano Galileo Ferraris, do croata Nicola Tesla e do alemão Haselwander sejam também citados pela literatura como os inventores do motor de indução. Naquela época, evidentemente, aspectos relacionados com o projeto e a fabricação, bem como o baixo rendimento do motor, eram as principais preocupações dos engenheiros e pesquisadores. Logo que foi vencida esta etapa, muito antes de o processo de padronização dos motores acontecer, o que só viria a se tornar realidade por volta de 1950, o assunto “*ruído magnético em motores de indução*” começou a ser um tema de interesse dos pesquisadores da época. Segundo BELMANS e HAMEYER [14], já em 1919, Stiel estudou uma máquina de quatro pólos tendo rotores com diferentes números de ranhuras. Ele mostrou que o nível de ruído audível depende do número de ranhuras do rotor. Isto indica que o ruído audível não está relacionado com as vibrações dos dentes. Os dentes meramente agem como um transferidor de força entre as forças magnéticas e a coroa. As vibrações da coroa são a base do ruído sonoro. Embora a magnetostricção na teoria possa influenciar o ruído sonoro de máquinas elétricas girantes, sua contribuição na prática é desprezível [14].

De lá até os nossos dias, muitos pesquisadores analisaram e continuam a analisar profundamente as causas do ruído de origem magnética das máquinas elétricas. O trabalho mais completo, no entanto, e que ainda continua sendo a referência para todos quantos queiram se aventurar nesta área é o livro “*Geräuscharme Elektromotoren*” (Motores Elétricos de Baixo Ruído) – de Heinz Jordan, da Universidade de Hanover – Alemanha, lançado em 1950. Este livro estabeleceu as bases para o cálculo do ruído sonoro emitido por motores de indução, considerando os aspectos elétricos e mecânicos. O ruído sonoro é um problema eletromecânico combinado, como inicialmente reconhecido por H. Jordan [14].

O avanço da informática e o desenvolvimento de microcomputadores cada vez mais velozes, deu novo impulso ao cálculo do ruído magnético das máquinas elétricas. Beneficiaram-se tanto os métodos analíticos quanto aqueles baseados em elementos finitos, estes, aliás, ainda recentes. Segundo BELMANS e HAMEYER [14], o método de elementos

finitos tem as seguintes vantagens básicas sobre o método analítico:

- representação precisa da seção transversal do ferro do estator, incluindo os dentes;
- possibilidade de se considerar a estrutura assimétrica do estator devido aos dutos de ar, a espessura não uniforme da coroa do estator, a caixa de ligações, a montagem e outras irregularidades;
- condições de fronteira reais devido à montagem da máquina podem ser levadas em consideração, sendo impossível na técnica de análise clássica que considera o estator como sendo suspenso livremente.

Algumas destas vantagens foram exploradas por NEVES [28] em sua tese de doutorado. No entanto, estas mesmas vantagens se transformam em desvantagens quando são considerados os tempos investidos na criação dos modelos e no processamento do cálculo. Neste caso, o método analítico ainda é a melhor solução pois, aliado à experiência, pode trazer significativos resultados à otimização acústica dos motores de indução em um tempo adequado às necessidades das empresas.

Vários estudos a partir da década de 1960, alguns bem recentes, estabelecem as influências que determinadas características de projeto e da rede de alimentação exercem sobre o comportamento vibratório e acústico do motor, tais como:

- Influência da inclinação das ranhuras do rotor (ou do estator) [2, 3, 10, 11, 15, 19];
- Influência do número relativo de ranhuras entre estator e rotor;
- Influência da excentricidade e da saturação;
- Influência da alimentação PWM [14];
- Influência das tolerâncias de fabricação [13].

SARBU et al. [15], por exemplo, ensaiaram um motor de 7,5kW, 4 pólos, variando a inclinação e o fator de Carter. Concluíram que a inclinação diminuiu o nível de pressão sonora em 6 a 10 dB(A) e que o fator de Carter influenciou apenas de 2 a 3 dB(A). Foi usado um fator de Carter de 1,220 a 1,606 e inclinações de 0; 0,66 e 0,726 passos de ranhura do estator. Eles citam o trabalho de Müller-Tomfelde [2] no qual a inclinação pode não ser efetiva para reduzir o ruído de motores acima de 100kW. Não informaram, porém, o número de ranhuras do estator e do rotor.

Não é o objetivo desta dissertação analisar aqui as influências de todas estas variáveis, mas sim estabelecer um procedimento para o cálculo do ruído magnético. Por isso, antes de se abordar a geração do ruído magnético em máquinas elétricas, é conveniente definir algumas grandezas fundamentais usadas em acústica.

## 2.2 Nível de Pressão Sonora

O Nível de Pressão Sonora  $L_p$  em decibéis [dB], correspondente à pressão sonora  $P$ , é definido por:

$$L_p = 10 \log \left( \frac{P}{P_0} \right)^2 = 20 \log \left( \frac{P}{P_0} \right) \quad [\text{dB}] \quad (2.1)$$

onde  $P_0$  é a pressão sonora de referência.

A pressão sonora dos sons no ar é comparada ao valor de referência  $P_0$  de 20 micropascals ( $2 \cdot 10^{-5} \text{N/m}^2$ ). Este valor de referência tem sido adotado por acordo internacional. Ele se aproxima da mínima pressão sonora que é audível pelo ouvido de um adulto jovem normal na faixa de frequência onde o ouvido é mais sensível que é de 1000 a 4000Hz.

O nível de pressão sonora depende da distância da fonte ao ponto de observação. Se o som é emitido por uma fonte pontual em uma atmosfera homogênea não perturbada, longe de qualquer superfície refletora ou absorvente, o som é irradiado como ondas esféricas. A pressão sonora das ondas esféricas decresce na proporção inversa da distância da fonte. O procedimento usual é medir o nível de pressão sonora a 1 metro de distância do motor.

## 2.3 Nível de Potência Sonora

A potência sonora de uma fonte é expressa em Watts. Frequentemente é conveniente expressar a potência sonora de uma fonte em uma escala logarítmica. Então, é usado o **Nível de Potência Sonora**. O nível de potência sonora  $L_W$  de uma fonte é dado por:

$$L_W = 10 \log \left( \frac{W}{W_0} \right) \quad [\text{dB}] \quad (2.2)$$

Onde  $W$  é a potência sonora da fonte em watts e  $W_0$  é a potência de referência em watts. A potência sonora de referência padrão é 1 picowatt ( $10^{-12} \text{W}$ ).

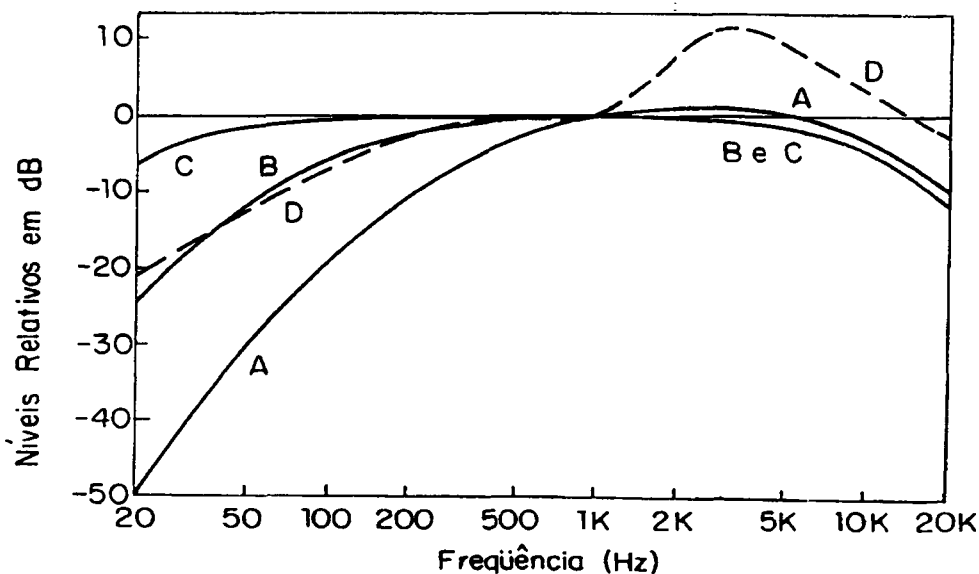
O termo *nível de potência sonora* não deve ser confundido com *nível de pressão sonora*. O primeiro é uma medida da potência acústica irradiada pela fonte; o último depende não apenas da potência da fonte mas também da distância da fonte e das características acústicas do espaço em volta da fonte. Outro termo também utilizado é o Nível de Intensidade Acústica -  $L_I$ , dado por:

$$L_I = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad [\text{dB}] \quad (2.3)$$

Onde  $I_0$  é a intensidade acústica de referência e vale  $10^{-12} \text{W/m}^2$ .

## 2.4 Escalas dos Níveis Sonoros

O ouvido humano não é igualmente sensível a todas as frequências. Por esta razão, mesmo embora o nível de pressão sonora de dois ruídos diferentes possa ser o mesmo, o primeiro pode ser percebido mais alto que o segundo se a potência sonora do primeiro está concentrada em uma região de frequência onde o ouvido é mais sensível. Para obter níveis que mantêm uma relação mais estreita com a percepção da intensidade do som do que o nível de pressão, *filtros de ponderação de frequência* são incorporados aos medidores de níveis de som. Estes filtros alteram a sensibilidade do medidor de nível sonoro em relação à frequência de modo que o instrumento torna-se menos sensível àquelas frequências onde o ouvido é menos sensível. Para levar em conta tal mudança nas características sensibilidade-frequência, três escalas foram incorporadas nos medidores de nível sonoro. Suas características resposta-frequência estão mostradas na Figura 2.1. Elas estão identificadas como curvas A, B e C. Uma outra escala (D) é incluída em alguns medidores de nível sonoro, mas ela é raramente usada; ela foi projetada para medições de ruído de aeronaves, mas muitos engenheiros acham a escala A mais satisfatória para este propósito.



**Figura 2.1 - Escalas dos medidores sonoros A, B, C e D**

A redução na sensibilidade do medidor de nível sonoro é dada na Tabela 2.1. As frequências escritas em negrito são as frequências centrais das bandas de uma oitava. Suponha que dois sons estacionários são medidos por um medidor de nível sonoro, um tendo uma frequência de 1000Hz, e o outro uma frequência de 125Hz; ambos têm um nível de pressão sonora de 60 dB. Se eles são medidos com um medidor de nível sonoro utilizando a escala A,

o nível sonoro na escala A do som de 1000Hz continua sendo 60 dB, mas o nível sonoro na escala A do som de 125Hz será apenas 43,9 dB.

**Tabela 2.1 -Resposta em Frequência de um Medidor de Nível Sonoro na escala A.**

Freq. Inferior [Hz]	Freq. Central [Hz]	Freq. Superior [Hz]	Varição Escala A [dB(A)]
88	100	113	-19.1
113	125	141	-16.1
141	160	181	-13.4
181	200	226	-10.9
226	250	283	-8.6
283	315	356	-6.6
356	400	453	-4.8
453	500	567	-3.2
567	630	713	-1.9
713	800	905	-0.8
905	1000	1131	0.0
1131	1250	1414	+0.6
1414	1600	1810	+1.0
1810	2000	2263	+1.2
2263	2500	2828	+1.3
2828	3150	3564	+1.2
3564	4000	4525	+1.0
4525	5000	5657	+0.5
5657	6300	7128	-0.1
7128	8000	9051	-1.1
9051	10000	11314	-2.5

Níveis sonoros medidos nas escalas A, B e C têm como unidade o decibel (símbolo: dB). Contudo, é comum anexar a letra apropriada, entre parênteses, após o símbolo da unidade para denotar a escala empregada, por exemplo, dB(A). Para medir o ruído emitido por máquinas elétricas, a escala A é de longe a mais utilizada.

## 2.5 Banda de Oitava, de Um Terço de Oitava e Espectro de Frequência

Uma importante medida do ruído é sua distribuição em frequência. Os instrumentos usados para medir a distribuição do som sobre a faixa de frequência audível são chamados *analisadores de espectro*. O analisador de espectro mais comumente utilizado fornece o espectro em frequências individuais e pode dividir a faixa de frequências audíveis em bandas de largura de uma oitava ou um terço de oitava. Uma oitava é um intervalo de frequência entre dois sons cuja relação entre as frequências é 2, por exemplo, de 250 a 500 Hz. Quando são exigidas informações mais detalhadas do que aquelas fornecidas pela análise de uma oitava, uma análise de um terço de oitava pode ser utilizada. A Tabela 2.1 fornece as frequências centrais e os limites de banda de um terço de oitava que são internacionalmente padronizadas. Contudo, para uma determinação mais exata das causas do ruído, é recomendada uma análise de espectro de frequência onde cada frequência envolvida é determinada com exatidão. A Figura 2.2 apresenta um exemplo de um espectro de frequência.

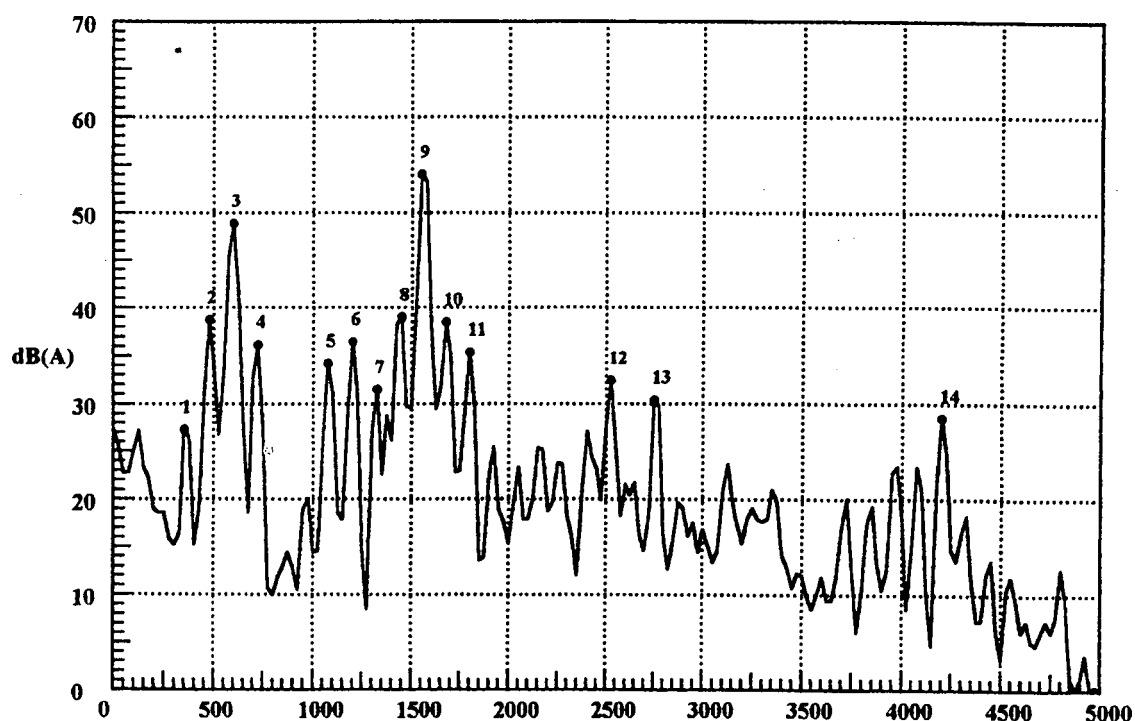
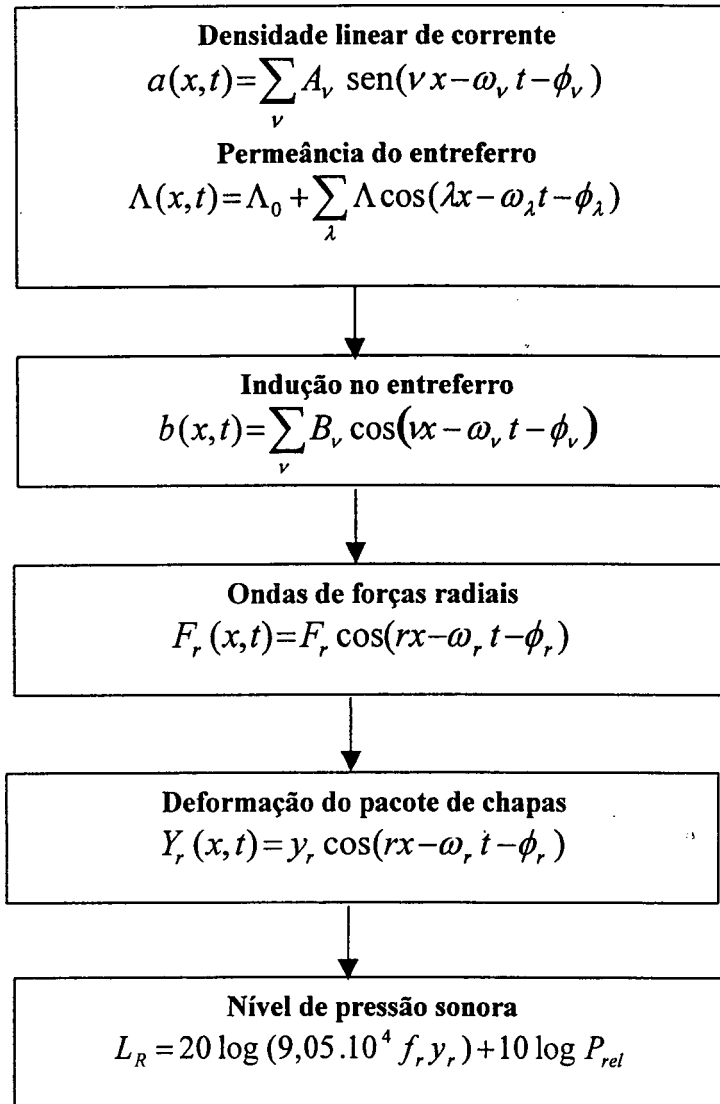


Figura 2.2 – Espectro de Frequência do ruído emitido por um motor de indução

## 2.6 Ruído Magnético

O ruído de origem magnética em máquinas elétricas é gerado através da interação das ondas de indução (fundamental e harmônicas) presentes no entreferro. Estas ondas são variáveis no espaço e no tempo e existem por causa da distribuição do enrolamento e da

variação da permeância do entreferro devido às ranhuras do estator e do rotor, saturação e excentricidade. As harmônicas de indução, combinadas entre si de acordo com a expressão do tensor de Maxwell, geram ondas de força periódicas no entreferro, deformando a coroa do estator e excitando o ar em volta. Desta maneira, o ruído sonoro de origem magnética é gerado, como mostra esquematicamente a Figura 2.3.



**Figura 2.3 – Esquema de geração do ruído de origem magnética**

Na Figura 2.3,  $P_{rel}$  é a Potência de Radiação Relativa ou Eficiência de Radiação da superfície cilíndrica do estator;  $f_r$  é a frequência da onda de força e  $y_r$  é a deformação da coroa do estator.  $P_{rel}$  é uma função do modo de vibração  $r$  e do perímetro externo da carcaça do motor referido ao comprimento de onda da frequência  $f_r$ , ou seja,  $P_{rel} = f(1,17\pi D_{cl} f_r / c, r)$ . Esta função está representada na Figura 2.4.



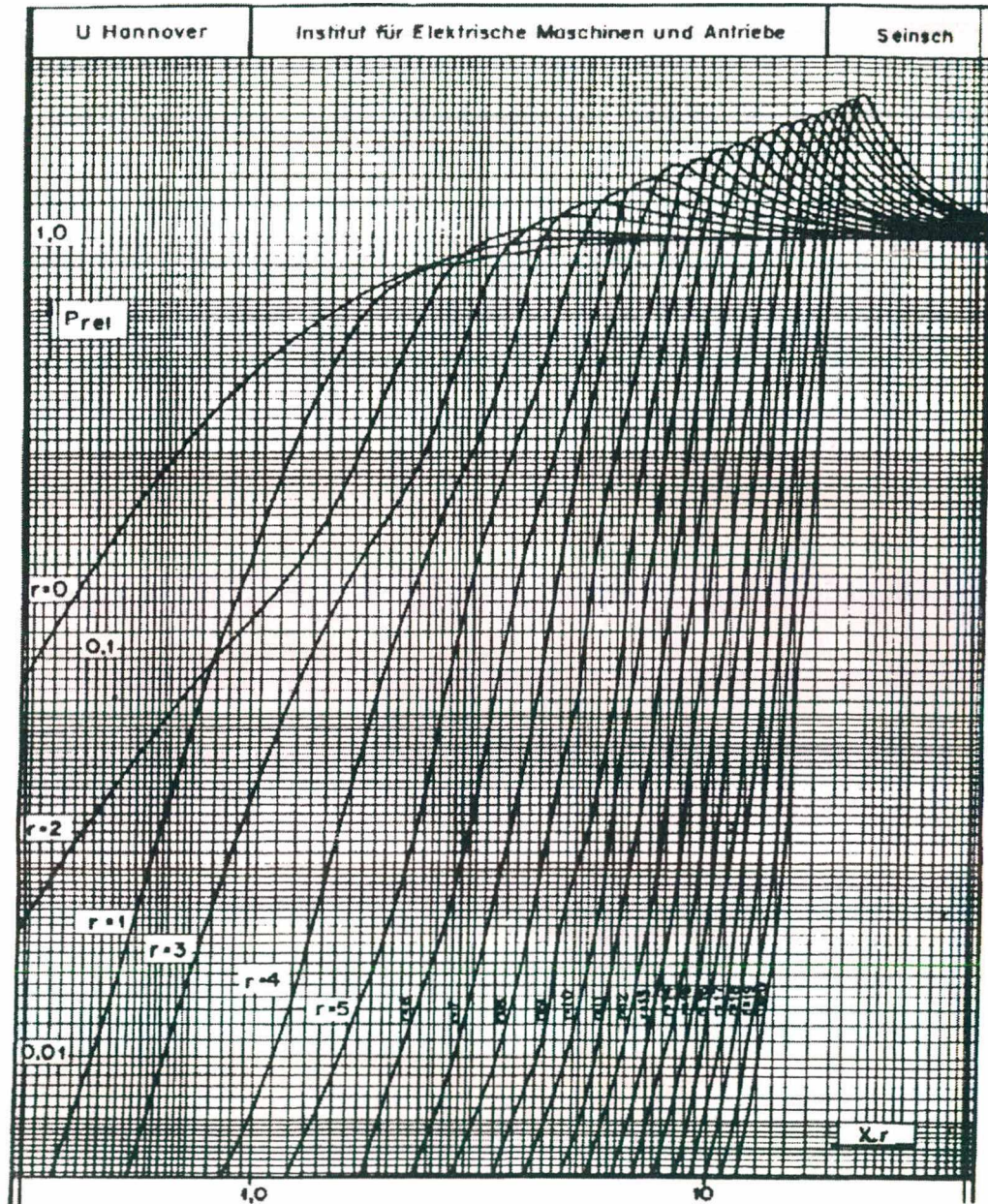
O cálculo das harmônicas de indução bem como o método de determinação do ruído magnético foram apresentados inicialmente por Jordan [4] em 1950. No entanto, um cálculo preciso do ruído magnético exige milhares de combinações entre as harmônicas e sua determinação rápida e confiável tornou-se possível somente após o surgimento dos computadores.

Nem sempre é possível considerar todas as influências sobre o cálculo do ruído magnético. A precisão dos resultados é reduzida pelas hipóteses simplificativas que são necessárias para eliminar as influências aleatórias do processo de fabricação do motor. Contudo, a determinação do ruído magnético é exata em relação às frequências envolvidas. Deve-se fazer a distinção entre duas categorias de ruído, no que se refere ao som irradiado:

- ruído transmitido pelo ar
- ruído transmitido pela estrutura.

O **ruído transmitido pelo ar** é gerado quando a coroa magnetizada do pacote de chapas é excitada a vibrações através das ondas de força radial no entreferro, geradas pelas harmônicas de indução (estas forças atuam em sentido radial) cujas amplitudes se distribuem em forma senoidal ao longo do perímetro do estator. O número de pares de pólos destas ondas senoidais, que determina a forma de vibração do pacote de chapas é idêntico ao número de pares de pólos das ondas de força radial de excitação. As vibrações do pacote de chapas excitam o ar ambiente na mesma frequência de vibração, o que resulta numa irradiação do som através do ar. Estas relações valem tanto para o pacote de chapas do estator como do rotor. Sobre as vibrações do pacote de chapas do rotor e a sua irradiação pode-se dizer que seus efeitos praticamente desaparecem, visto que o estator que envolve o rotor possui um certo efeito de amortecimento.

No que se refere à inconveniência com que o ouvido humano percebe o ruído, deve-se observar que um som de mesma potência mas com frequência maior é percebido como um som mais incômodo. Portanto, é preocupante quando a frequência está situada entre 250 Hz e 4000Hz. Conseqüentemente, aquelas ondas de indução que causam forças radiais e que excitam o estator nestas frequências devem ser evitadas. É de suma importância também, num dado espectro de ondas de força radial em relação ao nível de ruído, a maneira como o pacote de chapas está acoplado à carcaça e qual o comportamento da vibração natural da própria carcaça.



**Figura 2.4 – Curvas de Potência de Radiação Relativa -  $P_{rel}$**  [conforme prof. Seinsch do Instituto de Máquinas Elétricas e Acionamentos da Universidade de Hanover - Alemanha]

O **ruído transmitido pela estrutura** surge, por um lado, porque existem ondas de forças radiais no entreferro, distribuídas ao longo do perímetro do estator, cuja resultante é diferente de zero, ou seja, existe uma força de vibração girante resultante atuando em um dado sentido. Isto ocorre quando o modo circunferencial da força é igual a 1, conforme pode ser observado na Figura 2.15. Por outro lado, o ruído transmitido pela estrutura surge também porque existem na máquina, harmônicas de indução do estator e do rotor de mesmo número de pólos, mas com



freqüências diferentes, que geram os momentos pendulares. Estas forças de vibração são transmitidas pela carcaça da máquina para a fundação.

## 2.7 Ondas de Forças Radiais

Na superfície do estator em contato com o entreferro, isto é, na superfície limite entre duas regiões com permeabilidades diferentes – neste caso, ferro e ar – atuam forças magnéticas. Tais forças são proporcionais ao quadrado da indução magnética no entreferro  $b(x,t)$ . A expressão do tensor de Maxwell fornece a pressão magnética  $P(x,t)$ , considerando-se  $b(x,t)$  perpendicular à superfície:

$$P(x,t) = \frac{b(x,t)^2}{2\mu_0} \quad (2.4)$$

Onde  $\mu_0$  é a permeabilidade do ar em [T.m/A].

A indução magnética no entreferro  $b(x,t)$  é, na verdade, a soma da onda de indução fundamental com todas as harmônicas devido à distribuição do enrolamento, ranhuras do estator e do rotor, saturação e excentricidade [4]. Geralmente,  $b(x,t)$  é expressa pela equação (2.5) [2,4]:

$$b(x,t) = \sum_{n=1}^i B_n \cos(\nu_n x - \omega_n t - \varphi_n) \quad (2.5)$$

Onde:

$B_n$  = amplitude da harmônica de indução [T]

$\nu_n$  = pares de pólos da harmônica de indução

$x$  = coordenada espacial [rad]

$\omega_n$  = freqüência angular da harmônica de indução [rad/s]

$\varphi_n$  = ângulo de fase da harmônica de indução [rad]

$i$  = número inteiro tão alto quanto possível para considerar a maioria das harmônicas de indução.

Assim, desenvolvendo a equação (2.4), resulta:

$$P(x,t) = \frac{1}{2\mu_0} \sum_{n=1}^i \frac{B_n^2}{2} [1 + \cos(2\nu_n x - 2\omega_n t - 2\varphi_n)] + \frac{1}{2\mu_0} \sum_{n=1}^{i-1} \sum_{m=n+1}^i B_n B_m \cos[(\nu_n \pm \nu_m)x - (\omega_n \pm \omega_m)t - (\varphi_n \pm \varphi_m)] \quad (2.6)$$

Observa-se que a pressão magnética é formada por um termo constante  $B^2/\mu_0/2$  que não gera ruído, pois tem frequência igual a zero, um termo de dupla frequência e um terceiro termo onde a frequência e o número de pares de pólos das harmônicas de indução são dadas pela soma e subtração de cada componente individual. As harmônicas de indução, aplicadas à equação (2.4), fornecem como resultado as ondas de densidade de força apresentadas na equação (2.6) que deformam a coroa do estator periodicamente no tempo e no espaço, gerando o ruído. No entanto, apenas poucas combinações podem fornecer um alto nível de potência sonora [4].

O produto entre duas ondas de indução distintas fornece, conforme equação (2.6), duas ondas de força radial que, dependendo do valores das frequências angulares, giram no mesmo sentido ou em sentido contrário. Os coeficientes  $2\nu_n$  e  $(\nu_n \pm \nu_m)$  que multiplicam as coordenadas espaciais  $x$  representam a maneira como a força radial está distribuída ao longo do perímetro da circunferência do entreferro, ou seja, são os modos de vibração da deformação do estator devido à força radial. As frequências angulares  $2\omega_n$  e  $(\omega_n \pm \omega_m)$  divididas por  $2\pi$  representam as frequências destas ondas de força, ou ainda, são as frequências com as quais o estator vibra. As ondas de pressão mais significativas para a geração do ruído não dependem apenas da amplitude  $P$ , dada por:

$$P = \frac{B_n \cdot B_m}{2\mu_0} \quad (2.7)$$

mas também do modo de vibração  $r$ , onde:

$$r = \nu_n \pm \nu_m \quad (2.8)$$

e, principalmente, da frequência de excitação  $f_r$ , dada por:

$$f_r = \frac{(\omega_n \pm \omega_m)}{2\pi} \quad (2.9)$$

A frequência natural de vibração da coroa do pacote de chapas do estator tem uma influência muito grande na geração do ruído. A cada frequência natural  $f_{nat}$  da coroa do estator está associado um modo natural de vibração  $r$ , sendo que  $f_{nat}$  aumenta com o aumento de  $r$ . Pequenas forças de excitação próximas da frequência natural de ressonância do pacote de chapas do estator podem gerar uma irradiação sonora mais forte do que forças de excitação maiores cuja frequência  $f_r$  está distante da respectiva frequência natural. O tensor de Maxwell

é uma força de tração pura e, segundo equação (2.4), por causa do quadrado da indução  $b$ , não depende do sentido da indução no entreferro. Podem existir forças radiais atuando em sentidos contrários, porém, a resultante é sempre uma força de tração.

Para o cálculo do ruído, é necessário determinar a amplitude da força, a deformação da coroa do estator, o modo de vibração e a correspondente frequência de excitação. Para obter-se estas grandezas, deve-se, inicialmente, determinar as harmônicas de indução no entreferro, que dependem das ondas de densidade linear de corrente e das ondas de permeância do motor, conforme mostrado na Figura 2.3, e que estão mostradas nos subcapítulos a seguir. Inicialmente será mostrado como surgem as harmônicas de indução.

## 2.8 Determinação Genérica das Ondas de Indução no entreferro

Somente uma parte das ondas de indução contribuem para a geração de ondas de forças radiais consideradas importantes; mas aquelas ondas de induções que geram estas ondas de força radial dependem, quanto à sua intensidade, da permeância do entreferro. Esta permeância não é composta simplesmente pela permeância constante do entreferro em si, mas depende também da saturação dos dentes, da excentricidade entre estator e rotor e ainda das próprias ranhuras do estator e do rotor. Assim, a permeância do entreferro magneticamente atuante pode ser representada como uma função periódica em relação ao tempo e ao espaço como segue:

$$\Lambda(x, t) = \Lambda_0(t) + \sum_{\lambda=1}^n \Lambda_{\lambda} \cos(\lambda x - \omega_{\lambda} t - \varphi_{\lambda}) \quad (2.10)$$

onde:  $\Lambda(x, t)$  – permeância do entreferro magnético [T.m<sup>2</sup>/A]

$\Lambda_0(t)$  – permeância do entreferro geométrico [T.m<sup>2</sup>/A]

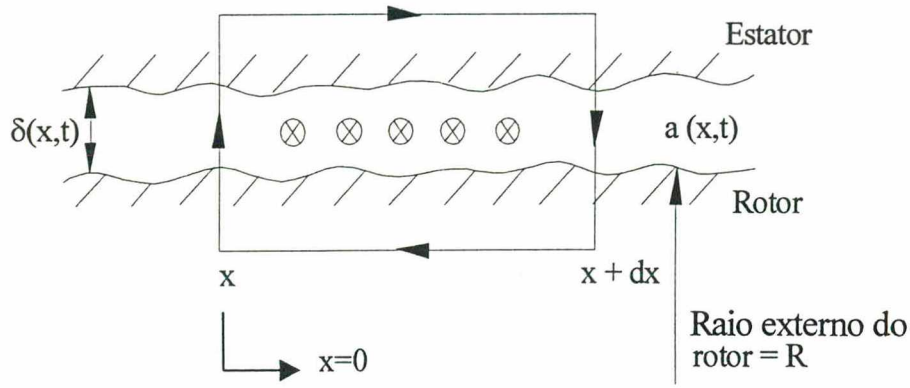
$\lambda$  – número de pares de pólos da onda de permeância

$\omega_{\lambda}$  – frequência da onda de permeância [rad/s]

$\varphi_{\lambda}$  – ângulo de fase da onda de permeância [rad].

O somatório representa as várias harmônicas de permeância que contribuem para a permeância total. A Figura 2.5 mostra um entreferro genérico e a distribuição da densidade linear de corrente  $a(x, t)$  neste entreferro.





**Figura 2.5 – Densidade linear de corrente no entreferro**

Observando-se a figura 2.5 obtém-se, a partir da lei circuital de Ampère, considerando o sentido do estator para o rotor como positivo e do rotor para o estator como negativo, a seguinte expressão:

$$H(x+dx, t) \cdot \delta(x+dx, t) - H(x, t) \cdot \delta(x, t) = a(x, t) R dx \quad (2.11)$$

Sabe-se que  $H = \frac{b}{\mu_0}$  para o entreferro. Então:

$$\frac{b(x+dx, t)}{\mu_0} \cdot \delta(x+dx, t) - \frac{b(x, t)}{\mu_0} \cdot \delta(x, t) = a(x, t) R dx \quad (2.12)$$

Percebe-se que a equação (2.12) é uma expansão em série de Taylor que, desprezando-se os termos de ordem elevada, pode ser escrita como:

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial [b(x, t) \cdot \delta(x, t)]}{\partial x} = a(x, t) R \quad (2.13)$$

A integração da equação (2.13) ao longo do perímetro interno do estator fornece:

$$\int_0^x \frac{\partial [b(x, t) \cdot \delta(x, t)]}{\partial x} \cdot dx = \int_0^x \mu_0 a(x, t) R dx \quad (2.14)$$

Ou seja, integrando e substituindo os intervalos, resulta:

$$b(x, t) \cdot \delta(x, t) - b(0, t) \cdot \delta(0, t) = \mu_0 \cdot R \cdot \int_0^x a(x, t) \cdot dx \quad (2.15)$$

Como a permeabilidade do ar é constante, bem como a seção por onde o fluxo magnético

passa, pode-se definir uma *permeância geométrica do entreferro*  $\Lambda(x,t)$  que é igual ao inverso da altura do entreferro:

$$\Lambda(x,t) = \frac{l}{\delta(x,t)} \quad (2.16)$$

Assim obtém-se, da equação (2.15):

$$b(x,t) = \Lambda(x,t) \left[ \frac{b(0,t)}{\Lambda(0,t)} + \mu_0 R \int_0^x a(x,t) dx \right] \quad (2.17)$$

De acordo com a equação (2.15),  $b(0,t)$  é uma constante de integração que deve ser determinada a partir da condição física geralmente satisfeita de que a máquina não conduz um fluxo homopolar, o que significa que a integral da indução no entreferro ao longo do perímetro interno do estator é nula. Assim:

$$\int_0^{2\pi} b(x,t) dx = 0 = \int_0^{2\pi} \Lambda(x,t) \left[ \frac{b(0,t)}{\Lambda(0,t)} + \mu_0 R \int_0^x a(x,t) dx \right] dx \quad (2.18)$$

Então:

$$\frac{b(0,t)}{\Lambda(0,t)} \int_0^{2\pi} \Lambda(x,t) dx + \mu_0 R \int_0^{2\pi} \left[ \Lambda(x,t) \int_0^x a(x,t) dx \right] dx = 0 \quad (2.19)$$

Aqui obtém-se a constante de integração  $b(0,t)$ :

$$b(0,t) = -\mu_0 R \Lambda(0,t) \frac{\int_0^{2\pi} \left[ \Lambda(x,t) \int_0^x a(x,t) dx \right] dx}{\int_0^{2\pi} \Lambda(x,t) dx} \quad (2.20)$$

Substituindo-se a equação (2.20) na (2.17) tem-se, finalmente, a indução no entreferro:

$$b(x,t) = \mu_0 R \Lambda(x,t) \left[ \int_0^x a(x,t) dx - \frac{\int_0^{2\pi} \left[ \Lambda(x,t) \int_0^x a(x,t) dx \right] dx}{\int_0^{2\pi} \Lambda(x,t) dx} \right] \quad (2.21)$$

Como pode ser percebido da equação (2.21), a indução no entreferro aparece como um produto entre a permeância magnética e a integral da densidade linear de corrente.

A onda de densidade linear de corrente  $a(x,t)$  pode ser representada por:

$$a(x, t) = - \sum_{v=1}^n A_v \text{sen} (v x - \omega_v t - \varphi_v) \quad (2.22)$$

O sinal negativo tem como objetivo tornar a integral de  $a(x,t)$  positiva. Assim:

$$\int_0^x a(x,t) dx = \sum_{v=1}^n \frac{A_v}{v} [\cos (v x - \omega_v t - \varphi_v) - \cos (-\omega_v t - \varphi_v)] \quad (2.23)$$

Substituindo-se as equações (2.10) e (2.23) na integral contida no numerador da equação (2.21), esta fica:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \left[ \Lambda(x,t) \int_0^x a(x,t) dx \right] dx = & -2\pi \Lambda_0 \sum_{v=1}^n \frac{A_v}{v} \cos (-\omega_v t - \varphi_v) + \\ & + \sum_{v=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \frac{A_v \Lambda_\lambda}{2v} \int_0^{2\pi} \cos [(v+\lambda)x - (\omega_v + \omega_\lambda)t - (\varphi_v + \varphi_\lambda)] dx \\ & + \sum_{v=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \frac{A_v \Lambda_\lambda}{2v} \int_0^{2\pi} \cos [(v-\lambda)x - (\omega_v - \omega_\lambda)t - (\varphi_v - \varphi_\lambda)] dx \end{aligned} \quad (2.24)$$

Assim, substituindo-se as equações (2.23) e (2.24) na equação (2.21) e sabendo-se que

$$\int_0^{2\pi} \Lambda(x,t) dx = 2\pi \Lambda_0, \text{ se obtém uma equação bem geral para a indução no entreferro:}$$

$$\begin{aligned} b(x,t) = \mu_0 R \Lambda(x,t) \left\{ \sum_{v=1}^n \frac{A_v}{v} \cos (v x - \omega_v t - \varphi_v) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2\pi \Lambda_0} \sum_{v=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \frac{A_v \Lambda_\lambda}{2v} \int_0^{2\pi} \cos [(v+\lambda)x - (\omega_v + \omega_\lambda)t - (\varphi_v + \varphi_\lambda)] dx \right. \\ \left. - \frac{1}{2\pi \Lambda_0} \sum_{v=1}^n \sum_{\lambda=1}^n \frac{A_v \Lambda_\lambda}{2v} \int_0^{2\pi} \cos [(v-\lambda)x - (\omega_v - \omega_\lambda)t - (\varphi_v - \varphi_\lambda)] dx \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$



Para que as ondas de indução apresentadas na equação (2.25) possam ser calculadas, é necessário, agora, determinar as equações para as ondas de permeância e densidade linear de corrente.

## 2.9 Ondas de Permeância

Conforme apresentado no subcapítulo 2.8, a região do entreferro possui discontinuidades que fazem com que a permeância do entreferro não seja constante. As causas para a variação da permeância na região do entreferro são *as ranhuras do estator e do rotor, a saturação dos dentes e a excentricidade entre estator e rotor*. Estas causas serão, agora, analisadas detalhadamente.

### 2.9.1 Permeância das ranhuras do estator

Para simplificar o cálculo, considera-se a hipótese de que a permeância somente exista na região da largura efetiva do dente, sendo nula na região da abertura da ranhura. A origem das coordenadas do estator ( $x_1=0$ ) é colocada no centro do enrolamento distribuído com  $q$  ranhuras por pólo e por fase onde, no caso de enrolamentos simétricos, sempre se encontra no meio de um dente, gerando assim exclusivamente ondas na forma cossenoidal. A Figura 2.6 mostra esta situação.

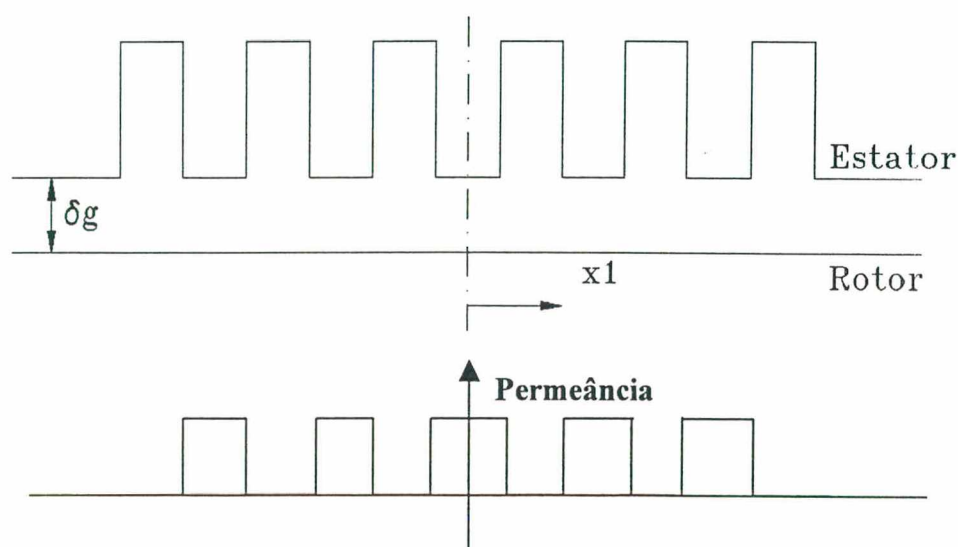


Figura 2.6 - Referência da coordenada do estator e a forma da permeância

A velocidade angular  $\omega_1$  das ondas de permeância das ranhuras do estator é zero, visto que o estator está em repouso. O ângulo de fase  $\varphi_1$  é também nulo, pois  $x_1 = 0$  se situa na origem da onda cossenoidal. Finalmente, existe uma permeância constante devido

ao entreferro constante  $\delta_g$  e outra variável devido às ranhuras. Assim, a partir da expansão em série de Fourier da onda retangular de permeância da Figura 2.6, pode-se demonstrar que a onda de permeância das ranhuras do estator  $\Lambda_1(x_1, t)$  é:

$$\Lambda_1(x_1, t) = \Lambda_0 + \sum_{g_1} \Lambda_{\lambda_1} \cos(g_1 N_1 x_1) \quad (2.26)$$

Onde:  $\Lambda_0$  - permeância constante do entreferro [ $m^{-1}$ ]

$\Lambda_{\lambda_1}$  - amplitude da permeância devido às ranhuras do estator [ $m^{-1}$ ]

$g_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

As amplitudes de  $\Lambda_{\lambda_1}$  não serão determinadas por enquanto. Apenas é de interesse aqui a forma de onda das grandezas envolvidas.

### 2.9.2 Permeância das ranhuras do rotor

As ranhuras do rotor, em princípio, não representam nenhum problema novo, se elas forem consideradas como uma unidade separada. A onda de permeância do rotor, referida às coordenadas do rotor, é, em relação à forma, a mesma como descrito na equação (2.26). No entanto, ela deve ser referida às coordenadas do estator, visto que seu efeito, em última análise, está relacionado com o estator. Ou seja:

$$x_2 = x_1 - \frac{\omega}{p}(1-s)t \quad (2.27)$$

Logo, a permeância do rotor referida ao estator tem a seguinte forma:

$$\Lambda_2(x_1, t) = \Lambda_0 + \sum_{g_2} \Lambda_{\lambda_2} \cos \left[ g_2 N_2 \left( x_1 - \frac{\omega}{p}(1-s)t \right) \right] \quad (2.28)$$

Onde  $\Lambda_{\lambda_2}$  é a amplitude da permeância devido às ranhuras do rotor [ $m^{-1}$ ].

A frequência angular não é mais nula, visto que o rotor gira e as ondas de permeância estão referidas ao estator. A Figura 2.7 mostra a permeância do rotor e as respectivas coordenadas.

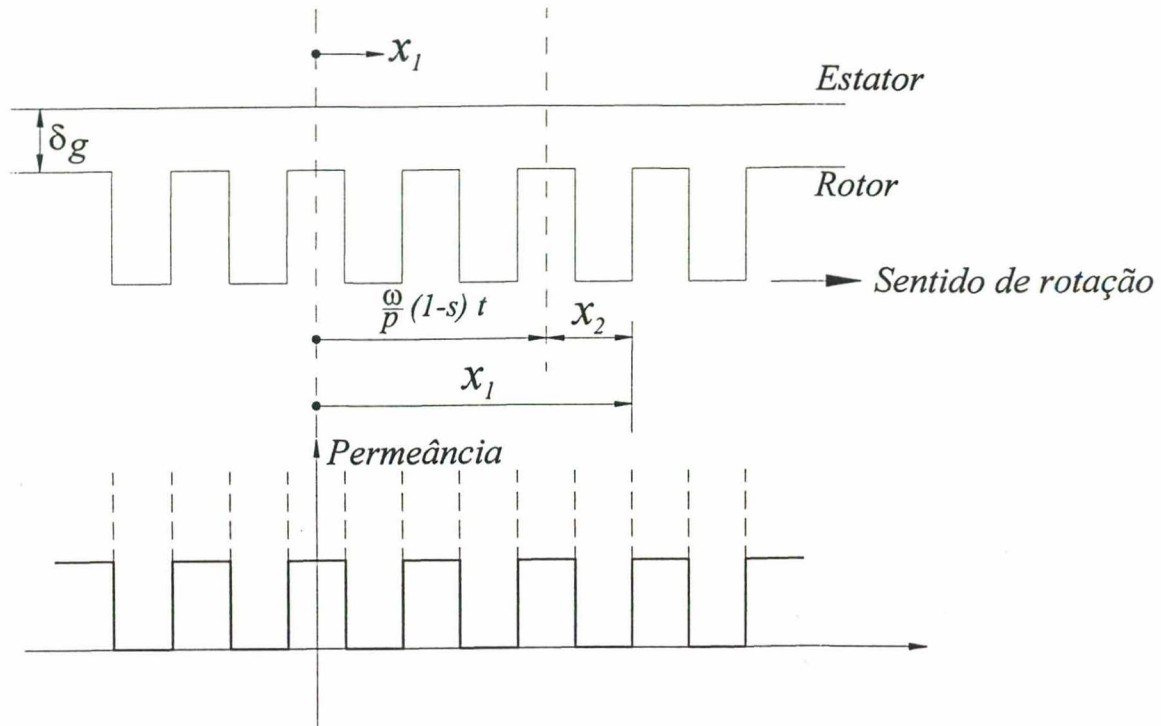


Figura 2.7 - Referência da coordenada do rotor e forma da permeância

### 2.9.3 Permeância Total das Ranhuras

Considerando simultaneamente a influência das ranhuras do estator e do rotor sobre a permeância tem-se, em última análise, uma modulação da onda de permeância. Cada uma das ranhuras modula a permeância constante do entreferro. Devido à interação entre as ranhuras, aparece então um terceiro termo de permeância dado pelo produto entre as permeâncias individuais das ranhuras do estator e do rotor. A permeância total das ranhuras é, então, dada por:

$$\Lambda(x_1, t) = \Lambda_0 \left[ 1 + \sum_{g_1} k_{e1} \cos(g_1 N_1 x_1) \right] \cdot \left\{ 1 + \sum_{g_2} k_{e2} \cos \left[ g_2 N_2 x_1 - g_2 N_2 \frac{\omega}{p} (1-s) t \right] \right\} \quad (2.29)$$

Onde:  $\Lambda_0 = \frac{1}{\delta_g \cdot k_{c1} \cdot k_{c2}} \quad [\text{m}^{-1}]$

$$k_{e1} = \frac{\Lambda_{\lambda 1}}{\Lambda_0} \text{ e } k_{e2} = \frac{\Lambda_{\lambda 2}}{\Lambda_0}$$

$k_{c1}$  e  $k_{c2}$  são, respectivamente, os fatores de Carter do estator e do rotor.

Desenvolvendo o produto, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \Lambda(x_1, t) = & \Lambda_0 + \Lambda_0 \sum_{g_1} k_{e1} \cos(g_1 N_1 x_1) + \\
 & + \Lambda_0 \sum_{g_2} k_{e2} \cos\left(g_2 N_2 x_1 - g_2 N_2 \frac{\omega}{p} (1-s)t\right) + \\
 & + \Lambda_0 \sum_{g_1} \sum_{g_2} k_{e1} \cos(g_1 N_1 x_1) k_{e2} \cos\left(g_2 N_2 x_1 - g_2 N_2 \frac{\omega}{p} (1-s)t\right)
 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Usando-se a equação 2.25, determina-se as ondas de indução  $b(x_1, t)$  para  $v = p$  e  $\lambda \neq p$ . Nesta situação, as integrais dentro dos somatórios duplos da equação (2.25) são nulos. Assim,  $b(x_1, t)$  fica:

$$b(x_1, t) = \mu_0 R \Lambda(x_1, t) \frac{A_p}{p} \cos(p x_1 - \omega t - \varphi) \quad (2.31)$$

Fazendo

$$B_p = \mu_0 R \frac{A_p}{p} \Lambda_0 \quad (2.32)$$

e substituindo-se a equação (2.30) na (2.31), tem-se:

$$\begin{aligned}
 b(x_1, t) = & B_p \cos(p x_1 - \omega t - \varphi) + \\
 & + \frac{B_p}{2} \sum_{g_1=-\infty}^{\infty} k_{e1} \cos[(p + g_1 N_1)x_1 - \omega t - \varphi] + \\
 & + \frac{B_p}{2} \sum_{g_2=-\infty}^{\infty} k_{e2} \cos\left[(p + g_2 N_2)x_1 - \left(1 + \frac{g_2 N_2}{p} (1-s)\right) \omega t - \varphi\right] + \\
 & + B_p \sum_{g_1=-\infty}^{\infty} \sum_{g_2=-\infty}^{\infty} k_{e1} k_{e2} \cos\left[(p + g_1 N_1 + g_2 N_2)x_1 - \left(1 + \frac{g_2 N_2}{p} (1-s)\right) \omega t - \varphi\right]
 \end{aligned} \quad (2.33)$$

As somas significam:

1ª soma: a onda de indução fundamental

2ª soma: as harmônicas de indução devido às ranhuras do estator



3ª soma: as harmônicas de indução devido às ranhuras do rotor

4ª soma: as harmônicas de indução devido às ranhuras do estator e do rotor simultaneamente.

#### 2.9.4 Permeância de Saturação

A saturação aqui considerada é a saturação que ocorre nos dentes da máquina. Se o fluxo magnético da máquina, gerado pela onda fundamental de excitação, aumenta gradativamente a partir do zero, assim, a indução no espaço será, no início, na forma senoidal, visto que a magnetização inicialmente se encontra na faixa linear da curva de magnetização. Com o aumento do fluxo, em direção ao centro da distribuição espacial de indução, é atingido o joelho da curva de magnetização. Nesta região, a permeabilidade magnética do ferro é menor. Isto representa uma queda na indução em relação à indução de excitação. Desse modo, a forma de onda da indução no espaço não é exatamente senoidal. Ela apresenta um achatamento devido à não linearidade da curva de magnetização - que é chamado de saturação.

A saturação da coroa **não** se manifesta sobre a distribuição da indução no entreferro. No cálculo da máquina, esta saturação pode ser considerada apenas como um aumento no entreferro. A figura 2.8 mostra que a saturação no dente causa uma modulação do entreferro constante com uma onda com o dobro do número de par de pólos. A influência da saturação média no dente sobre o passo polar é considerada através do acréscimo de um entreferro fictício  $\delta_z$  ao entreferro real.

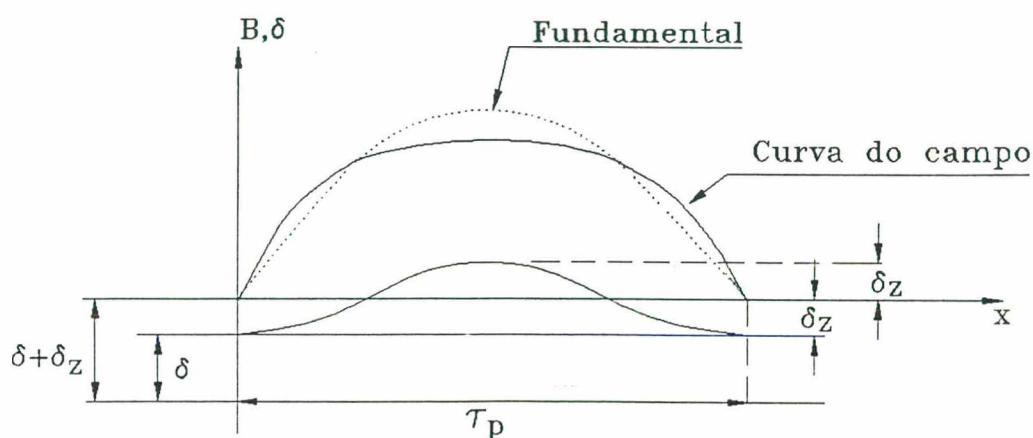


Figura 2.8 - Influência da saturação no entreferro

A onda de saturação com número de pares de pólos  $2p$  depende da curva de campo e, consequentemente, gira com a mesma rotação desta, motivo pelo qual a freqüência angular e o ângulo de fase apresentam o dobro do valor da onda fundamental da densidade linear de corrente. A função de permeância é representada então, por:

$$\Lambda(x_1, t) = \frac{1}{\delta_{total}} = \frac{1}{\delta + \delta_z [1 + \cos 2(p x_1 - \omega t - \varphi)]} \quad (2.34)$$

Ou seja:

$$\Lambda(x_1, t) = \frac{1}{\delta + \delta_z} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta_z}{\delta + \delta_z} \cos 2(p x_1 - \omega t - \varphi)} \quad (2.35)$$

Não considerando componentes de ordem superior, obtém-se a partir da equação (2.35):

$$\Lambda(x_1, t) \approx \frac{1}{\delta + \delta_z} - \frac{\delta_z}{(\delta + \delta_z)^2} \cos 2(p x_1 - \omega t - \varphi) \quad (2.36)$$

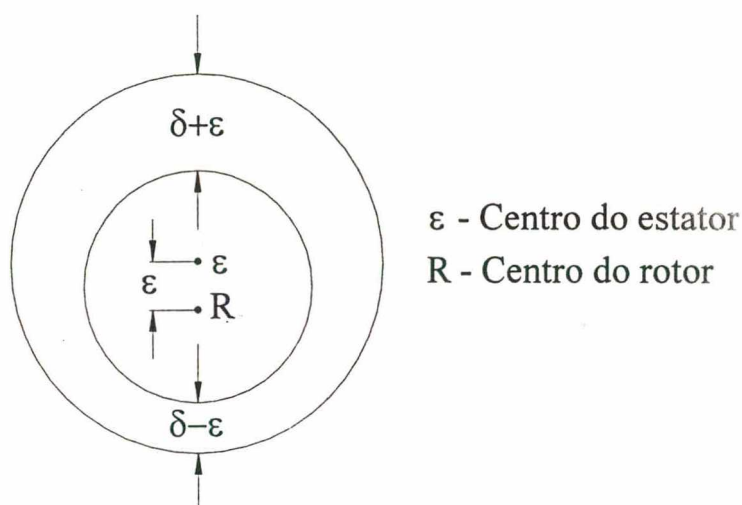
Através da equação (2.36) e com a densidade linear de corrente fundamental conforme equação (2.22) para  $v=p$ , tem-se as seguintes ondas de indução:

$$b(x_1, t) = \mu_o R \left[ \frac{1}{\delta + \delta_z} \cdot \frac{A_p}{p} \cos(p x_1 - \omega t - \varphi) - \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta_z}{(\delta + \delta_z)^2} \cdot \frac{A_p}{p} \cos[(2p \pm p)x_1 - (2\omega \pm \omega)t - (2\varphi \pm \varphi)] \right] \quad (2.37)$$

A equação (2.37) mostra que uma onda de permeância de saturação gera uma onda girante de indução com um número de par de pólos e freqüência três vezes os da fundamental, e ainda gera uma onda de mesmo número de par de pólos, freqüência e ângulo de fase como os da onda fundamental, que atenua esta última. A harmônica de indução de saturação mais importante é  $v=3p$ .

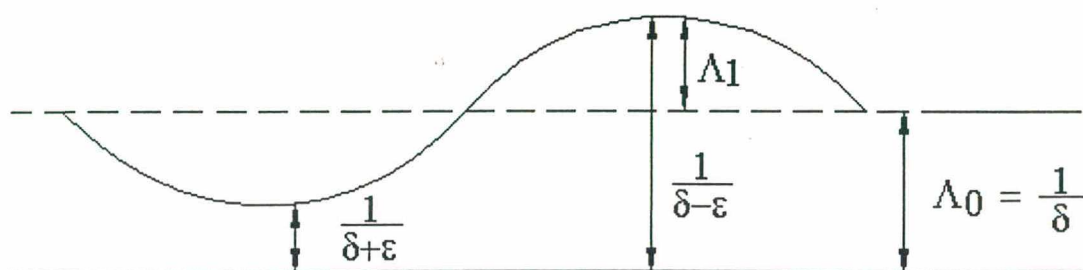
### 2.9.5 Permeância de Excentricidade

Se o diâmetro interno do estator não for perfeitamente circular ou se ocorrerem flexões no rotor em pacotes muito compridos ou ainda se o rotor se desloca do centro do estator durante a operação (dilatação térmica das partes que sustentam o mancal, desbalanceamento do rotor), então ocorrem variações na permeância do entreferro, como mostra a Figura 2.9.



**Figura 2.9 - Excentricidade. Deslocamento do rotor em relação ao estator**

Novamente, pode-se representar o entreferro ou a permeância deste em função das coordenadas do perímetro do estator como mostra a Figura 2.10.



**Figura 2.10 - Ondas de permeância da excentricidade**

Conforme a Figura 2.10, tem-se:

$$\Lambda_1 = \frac{1}{\delta - \varepsilon} - \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta} \left( \frac{1}{1 - \frac{\varepsilon}{\delta}} - 1 \right)$$

$$\Lambda_I = \frac{1}{\delta} \left( 1 + \frac{\varepsilon}{\delta} + \left( \frac{\varepsilon}{\delta} \right)^2 + \dots + \left( \frac{\varepsilon}{\delta} \right)^n - 1 \right) \quad (2.38)$$

Como  $\varepsilon$  sempre é uma grandeza pequena quando comparado com  $\delta$  (normalmente em torno de 10%), as componentes de ordem superior podem ser desconsideradas. Então, obtém-se:

$$\Lambda_I = \Lambda_0 \cdot \frac{\varepsilon}{\delta} \quad (2.39)$$

Com  $\omega_\varepsilon = 0$  para a excentricidade estática ou  $\omega_\varepsilon = \frac{\omega}{p}(1-s)$  para a excentricidade dinâmica, tem-se a equação da onda fundamental de permeância do entreferro:

$$\Lambda(x_1, t) = \Lambda_0 + \Lambda_I \cos(x_1 - \omega_\varepsilon t - \varphi_1) \quad (2.40)$$

Aqui também interessa especialmente a ação conjunta da onda fundamental de densidade linear de corrente com esta permeância. Como os números de pares de pólos da onda fundamental da densidade linear de corrente ( $v=p$ ) e da onda de permeância ( $\lambda=I$ ) são diferentes entre si, os somatórios duplos da equação (2.25) são nulos. Assim, substituindo-se a equação (2.40) na equação (2.25) para esta condição, a onda de indução fica:

$$\begin{aligned} b(x_1, t) = & \mu_0 R \Lambda_0 \frac{A_p}{p} \cos(p x_1 - \omega t - \varphi) + \\ & + \frac{1}{2} \mu_0 R \Lambda_I \frac{A_p}{p} \{ \cos[(p+1)x_1 - (\omega + \omega_\varepsilon)t - (\varphi + \varphi_1)] \\ & + \cos[(p-1)x_1 - (\omega - \omega_\varepsilon)t - (\varphi - \varphi_1)] \} \end{aligned} \quad (2.41)$$

A partir da equação (2.41) pode-se observar que, por causa da excentricidade, surgem harmônicas de indução cujos números de pares de pólos são diferentes em  $\pm 1$  do número de pares de pólos da máquina. Tais harmônicas se manifestam em forma de forças de vibração como ruído transmitido através da fundação. Para uma excentricidade estática  $\omega_\varepsilon = 0$ , esta indução gera ondas de forças unilaterais, enquanto que uma excentricidade dinâmica  $\left( \omega_\varepsilon = \frac{\omega}{p}(1-s) \right)$  gera uma onda de vibração com a frequência da rotação.



## 2.10 Ondas de densidade linear de corrente

No subcapítulo 2.9 sobre ondas de permeância foi mostrado como a densidade linear de corrente da onda fundamental pode gerar harmônicas de indução devido às ondas de permeância. Mas também na região do entreferro com forma perfeitamente circular e lisa e sem saturação aparecem harmônicas de indução devido à densidade linear das harmônicas de corrente e à distribuição discreta do enrolamento [27].

No entanto, principalmente em máquinas grandes, tomam-se medidas para suprimir as densidades lineares de corrente das harmônicas, principalmente as de número de ordem pequeno, através da construção de enrolamentos trifásicos com passo fracionário. A densidade linear de corrente por ranhura  $a_N$  é dada por:

$$a_N = \frac{W_N}{a} \cdot \frac{I_1 \sqrt{2}}{b_N} \cdot \cos \omega t \quad (2.42)$$

Onde:  $W_N$  - número de condutores por ranhura

$a$  - número de caminhos paralelos

$I_1$  - valor eficaz da corrente por fase [A]

$b_N$  - largura da ranhura [m]

A Figura 2.11 mostra a densidade linear de corrente para uma única ranhura.

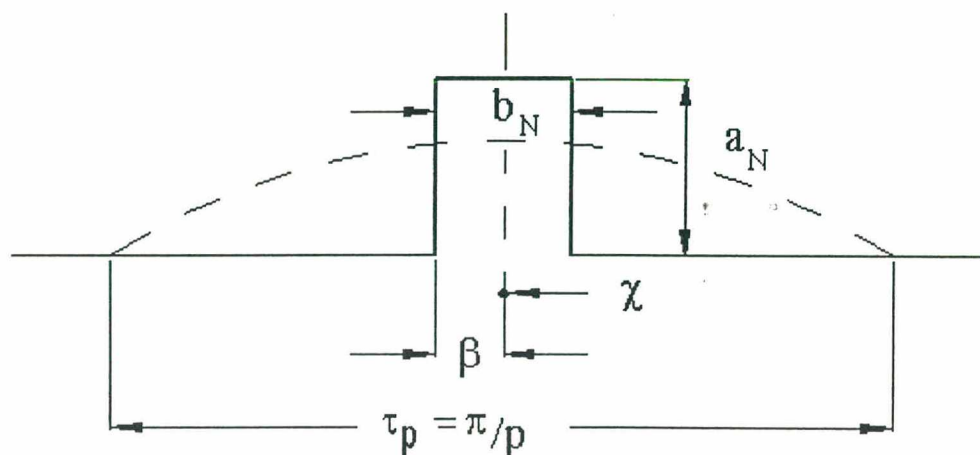


Figura 2.11 - Densidade linear de corrente para uma ranhura

Decompondo-se em série de Fourier, tem-se:

$$a_N(x,t) = \frac{4}{\pi} \frac{W_N}{a} \cdot \frac{I_1 \sqrt{2} \cos \omega t}{b_N} \left[ \text{sen} \beta \cdot \cos px - \frac{\text{sen} 3 \beta}{3} \cos 3 px + \dots \pm \frac{\text{sen} n \beta}{n} \cos n px \right] \quad (2.43)$$

onde  $\frac{\beta}{\frac{\pi}{2p}} = \frac{b_N}{\tau_p}$  ou:  $b_N = \frac{\beta \tau_p 2p}{\pi}$

Substituindo  $b_N$  na equação (2.43), resulta:

$$a_N(x, t) = \frac{4}{\pi} \frac{W_N}{a} \frac{I_1 \sqrt{2} \cos \omega t}{2p} \frac{\pi}{\tau_p} \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \cos px - \frac{\sin 3\beta}{3\beta} \cos 3px + \dots \pm \frac{\sin n\beta}{n\beta} \cos npx \right] \quad (2.44)$$

A equação (2.44) representa a densidade linear de corrente para uma única ranhura. Para uma fase da máquina, tem-se  $q$  ranhuras por pólo e por fase. O número de espiras da fase é dado por:

$$W_1 = \frac{W_N}{a} \cdot q \cdot p \quad (2.45)$$

O número de espiras  $W_1$  deve ser multiplicado pelo fator de enrolamento  $\xi_n$  para cada harmônica a fim de se obter o número de espiras efetivas. Deve-se considerar ainda que:

$$2p \cdot \tau_p = 2\pi R \quad (2.46)$$

Onde  $R$  é o raio externo do rotor conforme mostrado na Figura 2.5. Dessa forma, a densidade linear de corrente para uma fase é dada por:

$$a_1(x, t) = \frac{4}{\pi} W_1 \frac{I_1 \sqrt{2} \cos \omega t}{2R} \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \xi_1 \cos px - \frac{\sin 3\beta}{3\beta} \xi_3 \cos 3px + \dots \pm \frac{\sin n\beta}{n\beta} \xi_n \cos npx \right] \quad (2.47)$$

A segunda fase do enrolamento está  $120^\circ$  defasada no tempo e no espaço, de modo que a função no tempo fica  $\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$  e a função no espaço,  $\cos n\left(px - \frac{2\pi}{3}\right)$ .

A terceira fase do enrolamento está  $240^\circ$  defasada no tempo e no espaço. Logo, a função no tempo é  $\cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$  e no espaço é  $\cos n\left(px - \frac{4\pi}{3}\right)$ .

Segundo GERLACH [27], a soma das densidades lineares de corrente de todas as três fases do enrolamento fornece:

$$a(x, t) = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{3}{2} \frac{W_1}{R} I_1 \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \xi_1 \cos(px - \omega t) + \frac{\sin 5\beta}{5\beta} \xi_5 \cos(5px + \omega t) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\sin 7\beta}{7\beta} \xi_7 \cos(7px - \omega t) - \frac{\sin 11\beta}{11\beta} \xi_{11} \cos(11px + \omega t) + \\
& + \frac{\sin 13\beta}{13\beta} \xi_{13} \cos(13px - \omega t) \pm \frac{\sin n\beta}{n\beta} \xi_n \cos(np\alpha \pm \omega t) \Big] \quad (2.48)
\end{aligned}$$

Na equação (2.48) pode ser observado que algumas harmônicas da densidade linear de corrente das fases individuais do enrolamento desapareceram e que ocorrem somente aquelas de ordem  $n = 6g \pm 1$ . O fator de ranhura  $\frac{\sin n\beta}{n\beta}$  é praticamente igual a 1 para pequenos valores de  $n\beta$ . No entanto, para  $n\beta$  maiores, ele diminui. A passagem por zero ocorre quando  $n\beta = \pi$ , de modo que o fator de ranhuras atua como um atenuador sobre as ondas de pares de pólos mais elevados.

## 2.11 Correntes do Rotor de Máquinas Assíncronas de Gaiola

Enquanto que as correntes nas fases do enrolamento do estator são conhecidas quanto ao seu valor e fase, para a gaiola do rotor isto vale apenas para a corrente fundamental que flui com a frequência de escorregamento. Aqui são consideradas todas as harmônicas de indução que concatenam o enrolamento do rotor através do entreferro. Assim, deve-se verificar que efeitos tem uma harmônica de indução presente no entreferro da forma  $b_v = B_v \cos(\nu\alpha - \omega_v t - \phi_v)$  sobre o enrolamento de gaiola. Esta harmônica gera tensões simétricas na gaiola com a velocidade angular  $\omega(1-s)/p$  que fazem circular correntes com a frequência angular:

$$\omega_{2\nu} = \omega_v - \frac{\nu}{p} \omega(1-s) \quad (2.49)$$

e com o ângulo de fase  $\frac{2\pi}{N_2} \nu$ , onde  $N_2$  é o número de ranhuras do rotor.

Se as barras são designadas com a simbologia como mostrado na Figura 2.12, então a corrente  $i_{2\nu\mu}$  que flui na barra de ordem  $\mu$  tem a seguinte forma, considerando o sentido ali selecionado:

$$i_{2\nu\mu} = I_{2\nu} \sqrt{2} \cos(\omega_{2\nu} t + \varphi_{2\nu\mu}) \quad (2.50)$$

Onde:  $I_{2v}$  = valor efetivo da corrente. Igual para todas as barras.

$\varphi_{2v\mu}$  = ângulo de fase da corrente para cada barra.

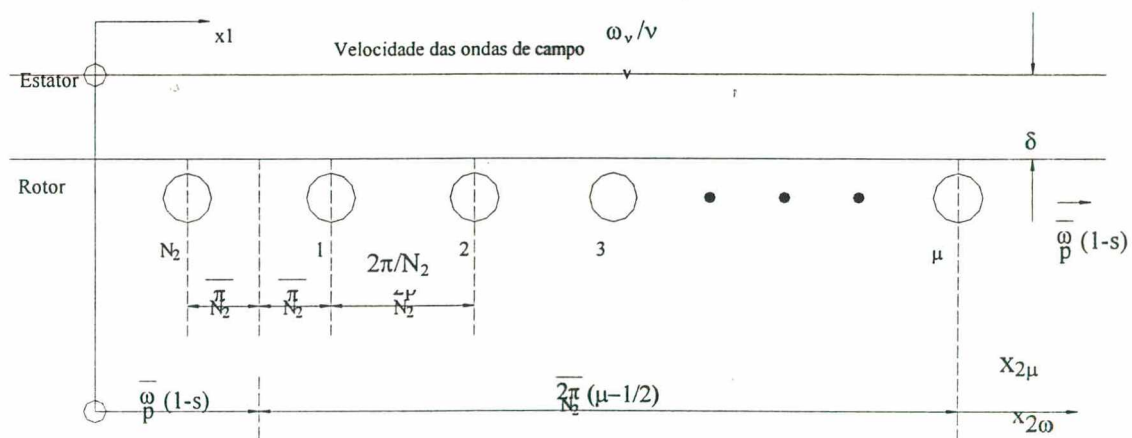
A Figura 2.12 mostra um esquema para identificação da origem das coordenadas do rotor. As barras são identificadas como  $N_2, 1, 2, 3, \dots, \mu$ . Considera-se a referência no centro do dente (entre as barras  $N_2$  e 1). A barra de ordem  $\mu$  está deslocada em relação à origem de um ângulo elétrico igual a  $\nu \frac{2\pi}{N_2} \left( \frac{1}{2} + (\mu - 1) \right)$  no sentido de rotação positivo (para a direita). Assim, o ângulo da corrente induzida na  $\mu$ -ésima barra do rotor, vale:

$$\varphi_{2v\mu} = \varphi_{2v} - \nu \frac{2\pi}{N_2} \left( \mu - \frac{1}{2} \right) \quad (2.51)$$

Onde  $\varphi_{2v}$  é o ângulo de fase da corrente para a barra de referência. A corrente que flui na barra de ordem  $\mu$  gera agora induções magnéticas alternadas na seguinte forma [27]:

$$b_{2v\mu\lambda} = \frac{\mu_0}{\delta_n} \frac{i_{2v\mu}}{\pi} \frac{1}{\lambda} \text{sen}(\lambda x_{2\mu}) \quad (2.52)$$

Onde:  $\delta_n = \delta_g k_{cn}$  é o entreferro geométrico  $\delta_g$  corrigido pelo fator de Carter  $k_{cn}$  para as harmônicas e  $\lambda = 1, 2, 3, \dots$  A origem da coordenada  $x_{2\mu}$  é conforme Figura 2.12.



**Figura 2.12 - Origem das coordenadas do rotor**

Referindo-se a um sistema de coordenadas do estator  $x_1$ , conforme Figura 2.12, tem-se:

$$x_1 = \frac{\omega}{p} (1 - s)t + \frac{2\pi}{N_2} \left( \mu - \frac{1}{2} \right) + x_{2\mu} \quad (2.53)$$



Considerando este sistema de coordenadas, e substituindo-se a equação (2.50) na equação (2.52), obtém-se para as harmônicas de indução devido à corrente em uma barra, a seguinte equação:

$$b_{2\nu\mu\lambda} = \frac{\mu_0}{\delta_\lambda} \cdot \frac{I_{2\nu} \sqrt{2}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda} \operatorname{sen} \left[ \lambda x_l - \left( \omega_\nu - \frac{\nu - \lambda}{p} \omega (1-s) \right) t - \varphi_{2\nu} + (\nu - \lambda) \frac{2\pi}{N_2} \left( \mu - \frac{1}{2} \right) \right] \quad (2.54)$$

onde:  $\lambda = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

A harmônica de ordem  $\lambda$ , gerada por todas as barras  $N_2$ , é obtida através da soma das induções das barras:

$$b_{2\nu\lambda} = \sum_{\mu=1}^{N_2} b_{2\nu\mu\lambda} \quad (2.55)$$

Então, segundo [27]:

$$b_{2\nu\lambda} = \frac{\mu_0}{\delta_n} \cdot \frac{I_{2\nu} \sqrt{2}}{2\pi} \cdot \frac{1}{\lambda} \varphi_{\nu\lambda} \operatorname{sen} \left[ \lambda x_l - \left( \omega_\nu - \frac{\nu - \lambda}{p} \omega (1-s) \right) t - \varphi_{2\nu} + (\nu - \lambda) \pi \right] \quad (2.56)$$

Onde o fator de fase  $\varphi_{\nu\lambda}$ , segundo [27] é dado por:

$$\varphi_{\nu\lambda} = \frac{\operatorname{sen}(\nu - \lambda) \pi}{\operatorname{sen} \left( \frac{\nu - \lambda}{N_2} \pi \right)} \quad (2.57)$$

Este fator determina a ordem das possíveis harmônicas do rotor que são geradas por uma onda de indução do entreferro de ordem  $\nu$ . De um modo geral, este fator de fase desaparece, exceto para:

$$\lambda = \nu + g_2 N_2 \quad g_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \quad (2.58)$$

Para os valores de  $g_2$  conforme equação (2.58), ambos os senos da equação (2.57) são nulos. Neste caso, calculando o limite, resulta:

$$\varphi_{\nu\lambda} = N_2 \cdot \frac{\cos g_2 N_2 \pi}{\cos g_2 \pi} = N_2 (-1)^{g_2 (N_2 - 1)} \quad (2.59)$$

Assim, substituindo-se a equação (2.59) na equação (2.56), obtém-se a seguinte forma definitiva para as harmônicas de indução do rotor geradas pelas correntes que foram induzidas nas barras pelas harmônicas  $b_\nu$  do entreferro [27]:

$$b_{v\lambda}(x_1, t) = (-1)^{g_2} N_2 \frac{\mu_0}{\delta_\lambda} \frac{I_{2v} \sqrt{2}}{2\pi} \operatorname{sen} \left[ \lambda x_1 - \left( \omega_v + g_2 N_2 \frac{\omega}{p} (1-s) \right) t - \varphi_{2v} \right] \quad (2.60)$$

A correspondente onda de densidade linear de corrente desta harmônica é dada por [27]:

$$a_{v\lambda}(x_1, t) = (-1)^{g_2} N_2 \frac{1}{R} \frac{I_{2v}}{2\pi} \sqrt{2} \cos \left[ \lambda x_1 - \left( \omega_v + g_2 N_2 \frac{\omega}{p} (1-s) \right) t - \varphi_{2v} \right] \quad (2.61)$$

com a frequência angular:

$$\omega_\lambda = \omega_v + g_2 N_2 \frac{\omega}{p} (1-s) \quad (2.62)$$

De acordo com a equação (2.62), nota-se que a frequência das harmônicas de indução do rotor depende da frequência das harmônicas do estator que induziram corrente no rotor e do número de ranhuras do rotor.

## 2.12 Harmônicas de Indução Resultantes

Com base nas ondas de indução determinadas nos subcapítulos anteriores, pode-se, agora, resumir as principais harmônicas de indução presentes no entreferro oriundos do produto das ondas de permeância pela integral no espaço da densidade linear de corrente. Assim, tem-se as seguintes harmônicas de indução:

### a) Harmônica de Indução Fundamental - $B_p$

A harmônica de indução fundamental é definida como sendo o produto da onda fundamental da força magneto-motriz pela permeância constante do entreferro.

### b) Harmônicas de indução do enrolamento do estator - $B_{wv}$

Esta harmônica de indução é formada a partir da variação da força magneto-motriz do estator sobre a permeância constante do entreferro.

### c) Harmônicas de indução das ranhuras do estator - $B_{Nv}$

Ocorrem devido à combinação das ondas de permeância das ranhuras do estator com a força magneto-motriz, principalmente com a onda fundamental da f.m.m.

d) Harmônicas de indução do enrolamento do rotor -  $B_{w\lambda}$

Estas harmônicas de indução são formadas a partir da variação da f.m.m. das barras do rotor (para motores de gaiola) ou do enrolamento do rotor (para motores de anéis) sobre a permeância constante do entreferro.

e) Harmônicas de indução das ranhuras do rotor -  $B_{N\lambda}$

Ocorrem devido à combinação das ondas de permeância das ranhuras do rotor com a força magneto-motriz, principalmente com a onda fundamental da f.m.m.

f) Harmônicas de indução das ranhuras do estator e do rotor simultaneamente -  $B_{Nv\lambda}$

Ocorrem devido à combinação daquelas ondas de permeância mútua entre as ranhuras do estator e do rotor com a f.m.m.

g) Harmônicas de indução de saturação da onda fundamental da f.m.m. -  $B_s$

Estas harmônicas de indução são obtidas a partir da combinação das ondas de permeância da saturação com a onda fundamental da f.m.m. do estator e do rotor.

h) Harmônicas de indução de saturação das ranhuras do estator -  $B_{Nvs}$

Estas harmônicas de indução são obtidas a partir da combinação das ondas de permeância mútua de saturação e das ranhuras do estator com a f.m.m.

i) Harmônicas de indução de saturação do enrolamento do estator -  $B_{wvs}$

Ocorrem devido à combinação das ondas de f.m.m. de saturação do estator com a permeância constante do entreferro.

j) Harmônicas de indução de saturação das ranhuras do rotor -  $B_{N\lambda s}$

Estas harmônicas de indução são obtidas a partir da combinação das ondas de permeância mútua de saturação e das ranhuras do rotor com a f.m.m.

k) Harmônicas de indução de saturação do enrolamento do rotor -  $B_{w\lambda s}$

Ocorrem devido à combinação das ondas de f.m.m. de saturação do rotor com a permeância constante do entreferro.



l) Harmônicas de indução de excentricidade da onda fundamental de f.m.m. -  $B_e$

Estas harmônicas de indução são obtidas a partir da combinação das ondas de permeância de excentricidade com a onda fundamental de f.m.m.

m) Harmônicas de indução de excentricidade das ranhuras do estator -  $B_{Nve}$

Estas harmônicas de indução são obtidas a partir da combinação das ondas de permeância mútua de excentricidade e das ranhuras do estator com a força magnetomotriz.

n) Harmônicas de indução de excentricidade do enrolamento do estator -  $B_{wve}$

Ocorrem devido à combinação das ondas de f.m.m. de excentricidade do estator com a permeância constante do entreferro. No entanto, como a f.m.m. de excentricidade do estator é nula, estas harmônicas de indução também são nulas.

o) Harmônicas de indução de excentricidade das ranhuras do rotor -  $B_{N\lambda e}$

Estas harmônicas de indução são obtidas a partir da combinação das ondas de permeância mútua de excentricidade e das ranhuras do rotor com a força magnetomotriz.

p) Harmônicas de indução de excentricidade do enrolamento do rotor -  $B_{w\lambda e}$

Ocorrem devido à combinação das ondas de f.m.m. de excentricidade do rotor com a permeância constante do entreferro.

Nem todas estas harmônicas são importantes para a geração do ruído. No cálculo das ondas de força, serão consideradas apenas as combinações mais significativas. O número de harmônicas também é limitado às mais importantes.

## 2.13 Forças

### 2.13.1 Ondas de Forças Radiais

Segundo a expressão do tensor de Maxwell, na superfície  $S$  do pacote de chapas em contato com o entreferro atuam forças radiais proporcionais ao quadrado da indução  $b$  no entreferro. Consideram-se nulas as componentes tangenciais de indução. Assim, tem-se:



$$F_r = \frac{b^2}{2 \mu_0} S \quad (2.63)$$

As harmônicas de indução do entreferro, segundo a teoria desenvolvida até aqui, podem ser agrupadas nos seis grandes grupos seguintes:

- harmônicas de indução do estator (ranhura e enrolamento):  $\sum_{\nu} b_{\nu}$
- harmônicas de indução do rotor (ranhura e enrolamento):  $\sum_{\nu} \sum_{\lambda} b_{\nu\lambda}$
- harmônicas de indução do estator devido à saturação  $\sum_{\nu s} b_{\nu s}$
- harmônicas de indução do rotor devido à saturação:  $\sum_{\lambda s} b_{\lambda s}$
- harmônicas de indução do estator devido à excentricidade:  $\sum_{\nu \varepsilon} b_{\nu \varepsilon}$
- harmônicas de indução do rotor devido à excentricidade:  $\sum_{\lambda \varepsilon} b_{\lambda \varepsilon}$

As harmônicas de indução do rotor devido à saturação e à excentricidade são somente aquelas excitadas pela onda fundamental de densidade linear de corrente do estator. Por isso, não aparece o somatório duplo.

Tem-se, então:

$$b = \sum_{\nu} b_{\nu} + \sum_{\nu} \sum_{\lambda} b_{\nu\lambda} + \sum_{\nu s} b_{\nu s} + \sum_{\lambda s} b_{\lambda s} + \sum_{\nu \varepsilon} b_{\nu \varepsilon} + \sum_{\lambda \varepsilon} b_{\lambda \varepsilon} \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} b^2 = & \left( \sum_{\nu} b_{\nu} \right)^2 + 2 \sum_{\nu} b_{\nu} \sum_{\nu} \sum_{\lambda} b_{\nu\lambda} + 2 \sum_{\nu} b_{\nu} \sum_{\nu s} b_{\nu s} + 2 \sum_{\nu} b_{\nu} \sum_{\lambda s} b_{\lambda s} + \\ & + 2 \sum_{\nu} b_{\nu} \sum_{\nu \varepsilon} b_{\nu \varepsilon} + 2 \sum_{\nu} b_{\nu} \sum_{\lambda \varepsilon} b_{\lambda \varepsilon} + \left( \sum_{\nu} \sum_{\lambda} b_{\nu\lambda} \right)^2 + 2 \sum_{\nu} \sum_{\lambda} b_{\nu\lambda} \sum_{\nu s} b_{\nu s} + \dots \end{aligned} \quad (2.65)$$

Ou seja,  $b^2$  é formado pelo quadrado de cada somatório das ondas mais duas vezes o produto entre todos os somatórios tomados dois a dois.

Por sua vez,  $\left(\sum_{\nu} b_{\nu}\right)^2$  é dado por:

$$\left(\sum_{\nu} b_{\nu}\right)^2 = \sum_{\nu} b_{\nu}^2 + 2 \sum_{\nu_1} \sum_{\nu_2} b_{\nu_1} b_{\nu_2} \quad (2.66)$$

com  $\nu_1 < \nu_2$

Obtém-se, portanto, para a geração da força radial, as seguintes combinações entre as ondas de indução:

1. Harmônicas de indução do estator entre si.
2. Harmônicas de indução do estator com harmônicas de indução do rotor.
3. Harmônicas de indução do estator com harmônicas de indução de saturação do rotor.
4. Harmônicas de indução do estator com harmônicas de indução do rotor devido à excentricidade.
5. Harmônicas de indução do rotor devido a  $\nu = p$  com harmônicas de indução de saturação do estator.
6. Harmônicas de indução do rotor devido a  $\nu = p$  com harmônicas de indução do estator devido à excentricidade.

Outras combinações, principalmente das harmônicas de indução do rotor entre si, não são consideradas porque geram baixas amplitudes de força. As forças geradas pela combinação das harmônicas de indução do rotor excitadas pelas harmônicas de densidade linear de corrente do estator ( $\nu \neq p$ ) com as harmônicas de indução de saturação ou de excentricidade também geram pequenas amplitudes de força e, portanto, são desconsideradas. A expressão da força oriunda da combinação de duas ondas de indução quaisquer encontradas no entreferro é melhor exemplificada como segue. Sejam  $b_{\nu}$  e  $b_{\lambda}$  duas ondas quaisquer de indução:

$$b_{\nu} = B_{\nu} \cos(\nu x_1 - \omega_{\nu} t - \varphi_{\nu}) \quad \text{e} \quad b_{\lambda} = B_{\lambda} \cos(\lambda x_1 - \omega_{\lambda} t - \varphi_{\lambda})$$

A indução resultante é:

$$b = b_{\nu} + b_{\lambda} = B_{\nu} \cos(\nu x_1 - \omega_{\nu} t - \varphi_{\nu}) + B_{\lambda} \cos(\lambda x_1 - \omega_{\lambda} t - \varphi_{\lambda}) \quad (2.67)$$

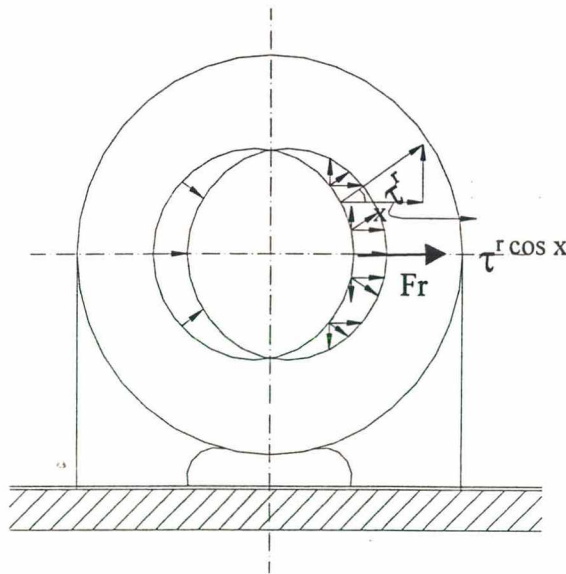
e a força radial por unidade de área que corresponde a esta indução é:

$$\tau_r = \frac{1}{2\mu_0} (b_\lambda^2 + 2b_\lambda b_\nu + b_\nu^2) \quad (2.68)$$

Ou seja,

$$\begin{aligned} \tau_r = \frac{1}{2\mu_0} & \left\{ \frac{B_\lambda^2}{2} + \frac{B_\nu^2}{2} + \frac{B_\lambda^2}{2} \cos 2(\lambda x_1 - \omega_\lambda t - \varphi_\lambda) + \frac{B_\nu^2}{2} \cos 2(\nu x_1 - \omega_\nu t - \varphi_\nu) + \right. \\ & + B_\lambda B_\nu \cos [(\lambda + \nu)x_1 - (\omega_\lambda + \omega_\nu)t - (\varphi_\nu + \varphi_\lambda)] + \\ & \left. + B_\lambda B_\nu \cos [(\lambda - \nu)x_1 - (\omega_\lambda - \omega_\nu)t - (\varphi_\lambda - \varphi_\nu)] \right\} \quad (2.69) \end{aligned}$$

Para o caso em que  $(\lambda \pm \nu) = \pm 1$ , as componentes de força radial podem ser entendidas como uma força de vibração resultante, como pode ser visto na Figura 2.13.



**Figura 2.13 - Força magnética unilateral no entreferro**

A integração das componentes de força radial, fornece:

$$F_r = \int_0^{2\pi} \tau_r \cos x_1 (l R dx) \quad (2.70)$$

Substituindo a equação (2.69) na equação (2.70) e eliminando-se a integral cuja solução é nula, resulta:

$$\begin{aligned}
F_r = \frac{R \, l \, B_\lambda \, B_\nu}{2 \mu_0} \cdot \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} & \left[ \cos [(\lambda + \nu + 1)x_1 - (\omega_\lambda + \omega_\nu)t - (\varphi_\lambda - \varphi_\nu)] + \right. \\
& + \cos [(\lambda + \nu - 1)x_1 - (\omega_\lambda + \omega_\nu)t - (\varphi_\lambda + \varphi_\nu)] + \\
& + \cos [(\lambda - \nu + 1)x_1 - (\omega_\lambda - \omega_\nu)t - (\varphi_\lambda - \varphi_\nu)] + \\
& \left. + \cos [(\lambda - \nu - 1)x_1 - (\omega_\lambda - \omega_\nu)t - (\varphi_\lambda + \varphi_\nu)] \right] dx_1
\end{aligned} \tag{2.71}$$

A partir da equação (2.71), obtém-se para:  $\lambda + \nu \pm 1 = 0$

$$F_r = \frac{R \, l \, B_\lambda \, B_\nu \, \pi}{2 \mu_0} \cos [(\omega_\lambda + \omega_\nu)t + (\varphi_\lambda + \varphi_\nu)] \tag{2.72}$$

e para  $\lambda - \nu \pm 1 = 0$

$$F_r = \frac{R \, l \, B_\lambda \, B_\nu \, \pi}{2 \mu_0} \cos [(\omega_\lambda - \omega_\nu)t + (\varphi_\lambda - \varphi_\nu)] \tag{2.73}$$

Como se vê, sempre existe uma força radial de mesmo sentido com amplitude igual a:

$$|F_r| = \frac{R \, l \, B_\lambda \, B_\nu \, \pi}{2 \mu_0} \tag{2.74}$$

Nos demais casos, onde não é atendida a condição  $\lambda \pm \nu \pm 1 = 0$ , a força radial que atua unilateralmente desaparece.

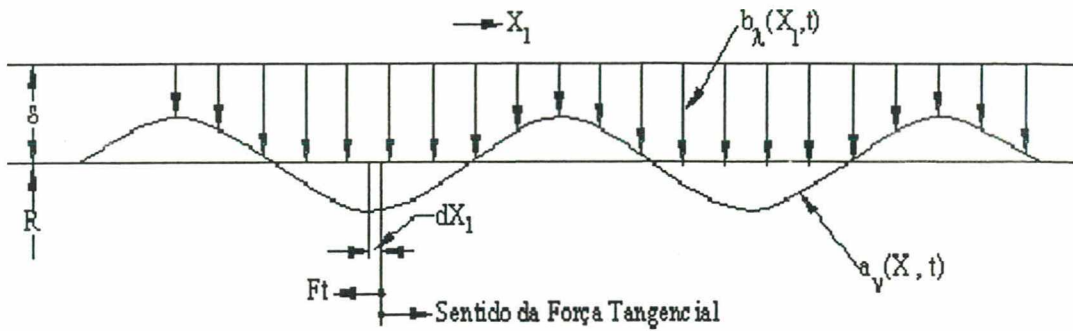
No caso de existir força magnética radial unilateral, devem ser tomadas medidas construtivas para manter as amplitudes da equação (2.74) pequenas, bem como manter o mais afastado possível as frequências de flexão do rotor das frequências das forças de vibração. As ondas de força radial com modo de vibração  $r = 1$  ou seja,  $\lambda \pm \nu = \pm 1$  estão relacionadas com as forças de vibração. Nos demais casos onde  $\lambda \pm \nu \neq \pm 1$ , a força radial unilateral é igual a zero, mas não a força radial local que é a causa do ruído magnético.

### 2.13.2 Ondas de Forças tangenciais e Momentos

Para o cálculo das ondas de forças tangenciais, deve-se partir da Lei de Lorentz. Segundo a lei de Lorentz, são provocadas forças tangenciais através da ação conjunta de



uma onda de indução  $b_\lambda$  com uma onda de densidade linear de corrente  $a_v$ . A cada onda radial corresponde uma onda de força tangencial de igual número e frequência.



**Figura 2.14 - Força tangencial**

A Figura 2.14 mostra a força tangencial devido à interação entre a onda de indução  $b_\lambda(x_1, t)$  e a densidade linear de corrente  $a_v(x_1, t)$ . O elemento diferencial de força tangencial  $df_t$  é dado por:

$$df_t(x_1, t) = -a_v(x_1, t) b_\lambda(x_1, t) l R dx_1 \quad (2.75)$$

Onde:  $l$  - comprimento do pacote de chapas

O respectivo elemento diferencial de momento pendular  $dM_p$  é:  $dM_p = df_t R$ . Logo:

$$dM_p = -a_v(x_1, t) b_\lambda(x_1, t) l R^2 dx_1 \quad (2.76)$$

A onda de densidade linear de corrente tem a forma da equação (2.22) que, para apenas uma onda fica:

$$a_v(x_1, t) = -A_v \sin(v x_1 - \omega_v t - \varphi_v)$$

e a onda de indução tem a forma (agora com índice  $\lambda$ ):

$$b_\lambda(x_1, t) = B_\lambda \cos(\lambda x_1 - \omega_\lambda t - \varphi_\lambda)$$

Assim, obtém-se o momento resultante, dado por:

$$M_p = \frac{l R^2 A_v B_\lambda}{2} \int_0^{2\pi} \left[ \sin[(\nu + \lambda) x_1 - (\omega_\nu + \omega_\lambda) t - (\varphi_\nu + \varphi_\lambda)] + \sin[(\nu - \lambda) x_1 - (\omega_\nu - \omega_\lambda) t - (\varphi_\nu - \varphi_\lambda)] \right] dx_1 \quad (2.77)$$

Como  $\nu$  e  $\lambda$  são números naturais, obtém-se a partir da equação (2.77) para o caso  $\nu \neq \lambda$ ,  $M_p = 0$ . Se, no entanto,  $\nu = \pm \lambda$ , tem-se:

$$M_p = \pi l R^2 A_v B_\lambda \sin[(\omega_\nu \pm \omega_\lambda) t + (\varphi_\nu \pm \varphi_\lambda)] \quad (2.78)$$

Isto é, são gerados momentos pulsantes no tempo, os quais são chamados momentos pendulares com a amplitude:

$$M_p = \pi L R^2 A_v B_\lambda \quad (2.79)$$

Como:  $A_v = \frac{B_v \nu \delta}{R \mu_0}$ , tem-se:

$$M_p = \frac{-\pi L R \delta \nu B_v B_\lambda}{\mu_0} \quad (2.80)$$

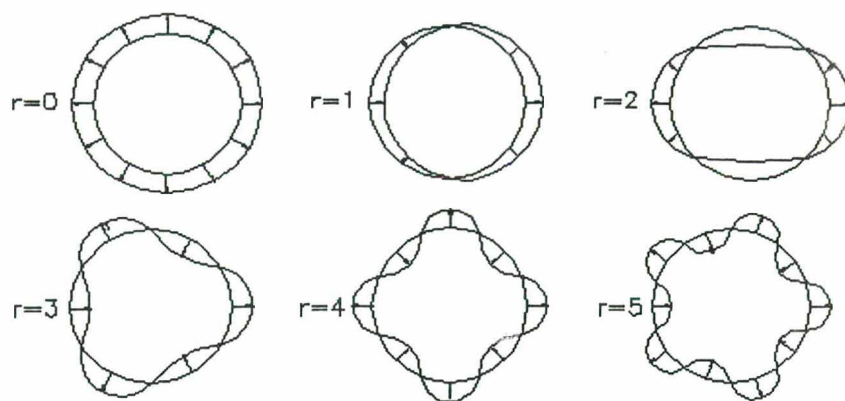
Deste modo, a amplitude da força tangencial é dada por:

$$F_t = \frac{\pi L \delta \nu B_v B_\lambda}{\mu_0} \quad (2.81)$$

Deve ficar bem claro que as forças tangenciais só existem quando  $\nu = \pm \lambda$ . A partir da equação (2.78), os torques síncronos aparecem quando tem-se  $\omega_\nu \pm \omega_\lambda = 0$ .

## 2.14 Deformações

As ondas de forças radiais e tangenciais provocam deformações radiais e tangenciais nos pacotes de chapas do estator e do rotor. Para a geração de ruído somente são de interesse as deformações radiais dos pacotes de chapa do estator. Estas deformações são provocadas por ondas de força radiais e tangenciais que são somadas geometricamente. Os pacotes de chapas são considerados como anéis homogêneos livres capazes de vibrarem com a mesma forma e frequência de vibração das ondas de força. A Figura 2.15 mostra as deformações nos pacotes de chapas correspondentes aos modos de vibração  $r = 0, 1, 2, 3, 4$  e 5.



**Figura 2.15 – Modos de vibração**

Para  $r = 0$ , a força correspondente não é uma onda girante, mas uma onda pulsante estacionária. Esta onda de força está uniformemente distribuída pela circunferência do entreferro.

Para  $r = 1$ , existe uma força radial girante sobre o rotor ou estator. Como o rotor é mais flexível do que o estator, devem ser consideradas as flexões do rotor. Existe, neste caso, uma força resultante que é transmitida para a fundação da máquina.

Para  $r = 2$ , o pacote de chapas é deformado elipticamente. Esta é a forma mais fácil de se deformar o pacote de chapas do estator. Por isso, mesmo que não haja possibilidade de ressonância, deve-se projetar o motor de modo a evitar este modo de vibração.

Para  $r > 2$ , os pacotes de chapas ficam sujeitos aos esforços de deformação. A força muda de sentido a cada intervalo de  $\pi/r$  radianos ao longo da periferia do pacote de chapas. A partir de  $r = 2$ , quanto maior o número do modo de vibração da onda de força, tanto menor são as respectivas deformações do pacote de chapas. Não só o modo de vibração, mas também a relação entre a altura da coroa e o seu raio médio ( $h_{cl}/R_{cm1}$ ) influencia a amplitude da deformação do estator. A Tabela 2.2 mostra o comportamento da deformação do estator para os principais modos de vibração em função da relação entre a altura da coroa e seu raio médio.



**Tabela 2.2 – Deformação relativa da coroa do estator em função da relação altura da coroa/raio médio da coroa ( $h_{cl}/R_{cm1}$ ) para diversos modos de vibração, tendo como referência a deformação para o modo de vibração  $r = 0$ .**

$y_r/y_0$		Modo de Vibração							
		0	2	3	4	5	6	7	8
$h_{cl}/R_{cm1}$	0,05	1	534,3	75,4	21,5	8,5	4,0	2,1	1,3
	0,10	1	134,3	19,1	5,5	2,2	1,1	0,6	0,4
	0,15	1	60,3	8,7	2,6	1,0	0,5	0,3	0,2
	0,20	1	34,3	5,1	1,5	0,6	0,3	0,2	0,1
	0,25	1	22,3	3,4	1,0	0,5	0,2	0,1	0,1
	0,30	1	15,8	2,5	0,8	0,4	0,2	0,1	0,1
	0,35	1	11,9	1,9	0,6	0,3	0,2	0,1	0,1
	0,40	1	9,3	1,5	0,5	0,3	0,1	0,1	0,1

Percebe-se claramente que, em todas as situações, a deformação é máxima para o modo de vibração  $r=2$ . Especialmente no caso de a altura da coroa ser muito pequena, a deformação pode atingir valores muito elevados quando comparada com a deformação para o modo de vibração  $r=0$ . Neste caso, a espessura da carcaça, até então desconsiderada, passa a ter uma significativa influência que não pode ser mais desprezada.

A deformação da coroa do estator é diminuída pelo fator de inclinação, mas a isto se acrescenta uma vibração torcional que, por sua vez, aumenta novamente a amplitude de deformação radial, principalmente se a frequência desta deformação estiver próxima da frequência natural de torção do estator da máquina. Portanto, a inclinação das ranhuras deve ser feita de forma cuidadosa e criteriosa.

Para o caso específico dos motores elétricos, a amplitude de deformação máxima da superfície do estator devido à flexão é dada pelas equações (2.82) a (2.84) [4, 26], onde o índice  $r$  representa o modo de vibração.

a) Para  $r = 0$

$$y_{r_0} = \frac{\tau_r D_{cl} R_{cm1} \eta}{2 E h_{cl}}$$

(2.82)

Onde:



$\tau_r$  é o valor máximo da densidade de força de origem magnética  $[\text{N/m}^2]$

$D_{cl}$  é o diâmetro externo do estator  $[\text{m}]$

$R_{cm1}$  é o raio médio da coroa do estator  $[\text{m}]$

$h_{cl}$  é a altura da coroa do estator  $[\text{m}]$

$E$  é o módulo de elasticidade  $[\text{N/m}^2]$

$\eta$  é o fator de ressonância, e será apresentado mais adiante através da equação (2.91).

**b) Para  $r = 1$**

$$y_{r1} = \frac{\tau_r \cdot D_{cl} \cdot R_{cm1}}{2 E \cdot h_{cl}} \quad (2.83)$$

Neste caso, o fator de ressonância é considerado igual a um, pois não se conhece a influência dos pés da máquina e da fundação sobre as frequências naturais.

**c) Para  $r \geq 2$**

A deformação devido à força radial é dada por [4,26]:

$$y_r = \tau_r \cdot \frac{D_{cl}}{2} \cdot \frac{R_{cm1}}{E h_{cl}} \cdot \eta \cdot \frac{1 + 3 i_1^2 (r^2 - 1)}{i_1^2 (r^2 - 1)^2} \quad (2.84)$$

Onde  $i_1$  é a rigidez da coroa do estator e é dada pela equação (3.15).

Caso haja inclinação do pacote de chapas do estator ou do rotor (o mais comum é inclinar as barras do rotor), deve-se fazer uma correção nas amplitudes de deformação [2], já que estas diminuem proporcionalmente com o fator de inclinação  $f_{s\lambda}$ . Por outro lado, surge uma deformação torcional. A deformação é agora uma função de duas componentes: a deformação  $y_B$ , que é a deformação  $y_r$  reduzida pelo fator  $f_{s\lambda}$ , e uma outra componente que surge devido às forças torcionais, conforme equações a seguir:

$$y_B = y_r \cdot f_{s\lambda} \quad (2.85)$$

$y_B$  é diretamente proporcional ao fator de inclinação  $f_{s\lambda}$  e a componente torcional é proporcional ao ângulo de torção  $\psi$ , onde  $\psi$  é dado por [2]:

$$\psi = \frac{R_{cm1}^2 \cdot L_1^2 \cdot \tau_r \cdot \eta_T \cdot g_{s\lambda}}{2 (E \cdot J_{xl} + G \cdot J_{tl} \cdot r^2)} \quad (2.86)$$

O fator de ressonância  $\eta$  se transformou em  $\eta_T$  para representar a ressonância devido às frequências naturais de torção. Assim, no caso de haver inclinação, tem-se [2]:

$$y_r = \sqrt{y_B^2 + \frac{\psi^2 L_1^2}{12}} \quad (2.87)$$

Os fatores  $f_{s\lambda}$  e  $g_{s\lambda}$  são calculados como segue [2]:

$$f_{s\lambda} = \frac{\text{sen} \left( \lambda \frac{\gamma_s}{2} \right)}{\lambda \frac{\gamma_s}{2}} \quad (2.88)$$

$$g_{s\lambda} = \frac{\cos \left( \lambda \frac{\gamma_s}{2} \right) - f_{s\lambda}}{\lambda \frac{\gamma_s}{2}} \quad (2.89)$$

As grandezas dimensionais e demais parâmetros utilizados no cálculo da deformação do estator estão apresentadas e explicadas em maiores detalhes no capítulo 3.

### 2.14.1 Ressonância

No caso de a excitação da estrutura vibrante ser periódica, por exemplo  $F_{exc} = F_0 \cos \omega t$ , a resposta do sistema (deformação da estrutura  $y$ ) será conforme equação (2.90) a seguir [20]:

$$y = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t + \frac{F_0}{m (\omega_n^2 - \omega^2)} \cos \omega t \quad (2.90)$$

Os dois primeiros termos do segundo membro da equação (2.90) caracterizam as vibrações livres que, por regra geral, desaparecem com rapidez. O último caracteriza as vibrações forçadas estacionárias com frequência angular  $\omega$ .

A amplitude das vibrações forçadas depende essencialmente da correlação das freqüências das vibrações livres (freqüência natural)  $\omega_n$  e forçadas  $\omega$  e pode caracterizar-se mediante o fator de ressonância  $\eta$  dado por:

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} \quad (2.91)$$

Desse modo, desprezando-se as vibrações livres e considerando o fator de ressonância  $\eta$ , a equação (2.90) pode ser reescrita como:

$$y = \frac{F_0}{m\omega_n^2} \eta^2 \cos \omega t = \frac{F_0}{K} \eta^2 \cos \omega t \quad (2.92)$$

Como se vê da equação (2.92), quando a razão  $\omega/\omega_n$  é pequena,  $\eta$  tende à unidade. Porém, quando a freqüência de excitação tende à natural,  $\omega/\omega_n$  tende à unidade e a deformação tende ao infinito. No entanto, a deformação é limitada pelo amortecimento do material, que não está considerado na equação (2.92). O comportamento do fator de ressonância  $\eta$  em função da freqüência da onda de força e considerando-se o amortecimento do material está mostrado no gráfico da Figura 2.16 e a expressão correspondente é dada por:

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{f_r}{f_n}\right)^2\right]^2 + 4k_\eta^2 \left(\frac{f_r}{f_n}\right)^2}} \quad (2.93)$$

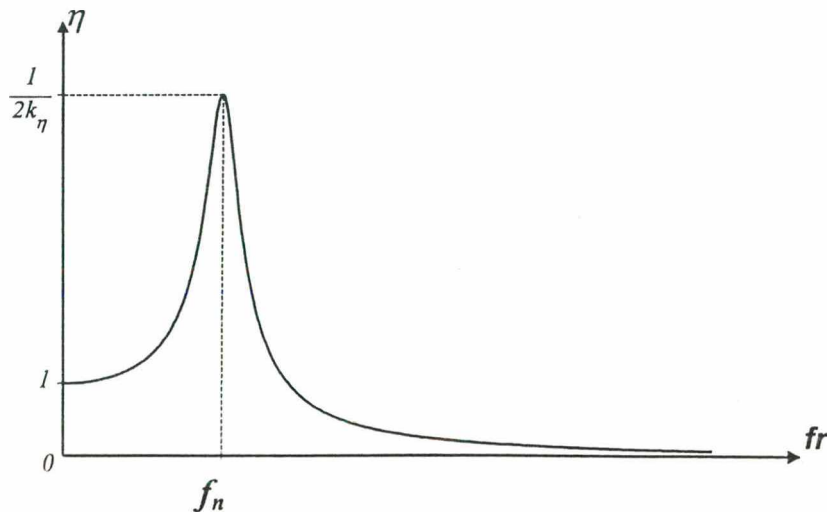


Figura 2.16 - Fator de ressonância

A constante  $k_\eta$  limita o fator de ressonância, devido ao amortecimento do material. Geralmente faz-se  $k_\eta = 10^{-2}$  para o pacote de chapas do estator, limitando-se, dessa forma, o fator de ressonância em 50 (valor prático adotado pela WEG ).

$f_r$  é a frequência de excitação da força [Hz];

$f_n$  é a frequência natural do pacote de chapas do estator [Hz].

## 2.15 Nível de ruído na superfície do pacote de chapas do estator

Se as amplitudes de vibrações radiais e as respectivas frequências são conhecidas, pode-se determinar o nível de potência sonora na superfície do pacote de chapas do estator. A intensidade acústica (potência sonora por unidade de área)  $I(t)$  é dada pelo produto entre a pressão sonora  $p(t)$  e a velocidade da onda de deformação  $v(t)$ .

$$I(t) = p(t) \cdot v(t) \quad (2.94)$$

Para uma onda plana, a resistência à propagação no ar é igual à sua impedância característica  $Z$  que, para o ar a 20°C vale  $415 \text{ Nsm}^{-3}$  ( $Z = \rho c$ , onde  $\rho$  = densidade do ar =  $1,21 \text{ kg/m}^3$  e  $c$  = velocidade do som =  $343 \text{ m/s}$ ) [1, 26].

A pressão sonora  $p(t)$  é dada por:

$$p(t) = Z \cdot v(t) \quad (2.95)$$

Substituindo a equação (2.95) na equação (2.94), e considerando uma onda harmônica, a intensidade acústica fica:

$$I(t) = Z \cdot v^2(t) = Z \cdot \frac{v_m^2}{2} (1 + \cos 2\omega t) \quad (2.96)$$

Logo, o valor *médio* da intensidade acústica  $I$  é dado por:

$$I = \frac{1}{2} Z \cdot v_m^2 \quad (2.97)$$

Em decibel, tem-se:

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (2.98)$$

onde  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  é a intensidade de referência.

A velocidade máxima da onda de deformação pode ser relacionada com a amplitude máxima de deformação  $y_m$ , de modo que:



$$v_m = 2\pi \cdot f_r \cdot y_m \quad (2.99)$$

onde  $f_r$  é a frequência da onda de deformação [Hz].

Logo, o Nível de Intensidade Acústica na superfície do pacote de chapas do estator, desconsiderando a potência de radiação relativa (eficiência de radiação) e o fator de ressonância, é dado por:

$$L_I = 10 \log \left( \frac{\frac{1}{2} Z (2\pi f_r y_m)^2}{I_0} \right) \quad (2.100)$$

Substituindo o valor numérico de  $Z$  e de  $I_0$ , tem-se:

$$L_I = 20 \log(9,05 \cdot 10^7 f_r y_m) \quad [dB] \quad (2.101)$$

Com  $f_r$  em Hz e  $y_m$  em metros. A intensidade acústica é proporcional ao quadrado da pressão acústica, ou seja,

$$\frac{I}{I_0} = \frac{P^2}{P_0^2} \quad (2.102)$$

Assim, na forma logarítmica, o Nível de Pressão Sonora –  $L_P$  é dado por:

$$L_P = L_I = 10 \log \left( \frac{P^2}{P_0^2} \right) = 20 \log \left( \frac{P}{P_0} \right) \quad (2.103)$$

Dessa forma, a equação (2.101) também representa o Nível de Pressão Sonora –  $L_P$  na superfície do pacote de chapas do estator. À medida que se afasta da fonte de som, o Nível de Pressão Sonora diminui, enquanto que o Nível de Potência Sonora –  $L_W$  permanece constante, pois é um valor absoluto que depende apenas das características da fonte. Assim, como a intensidade acústica  $I$  é a potência  $W$  passando por uma área  $S$ , tem-se:

$$L_W = 10 \log \left( \frac{I \cdot S}{I_0} \right) = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) + 10 \log S = L_P + 10 \log S \quad (2.104)$$

Assim, considerando-se o caso específico de cálculo do Nível de Pressão Sonora do ruído magnético emitido por um motor elétrico a uma distância  $d$ , faz-se uma subtração do

ruído total  $L_P$  de modo a considerar a influência da distância da fonte ao ponto de medição. Neste caso, a superfície do volume de irradiação considerado é a de um semi-cilindro com um raio igual a  $d+D/2$ , onde  $D = 1,17 \cdot D_{cl}$  é o diâmetro médio aproximado do motor, considerando as aletas. Esta suposição é verdadeira, considerando-se que o ruído magnético é irradiado radialmente a partir da superfície do estator.

$$L_P(d) = L_P - 10 \log \left[ \frac{(D+2d)}{D} \right] \quad (2.105)$$

Para  $d = 1 \text{ m}$ , distância padronizada utilizada nos ensaios, tem-se:

$$L_P(1) = L_P - 10 \log \left( \frac{(D+2)}{D} \right) \quad (2.106)$$

Para se determinar o ruído total em Nível de Pressão Sonora, considerando-se todas as frequências envolvidas, utiliza-se a seguinte soma:

$$L_{Ptotal} = 10 \log \left( \sum_{i=1}^n 10^{\frac{L_{Pi}}{10}} \right) \quad [dB] \quad (2.107)$$

Para calcular o ruído que o ouvido humano de fato percebe é necessário primeiramente determinar a atenuação de cada componente do ruído para cada uma das frequências envolvidas. A tabela 2.1 mostra estes valores de atenuação para a escala A para 1/3 de oitava. Após descontadas as respectivas atenuações para cada frequência, procede-se o cálculo do nível de pressão sonora na escala A conforme equação (2.107). A unidade do nível de ruído é designada agora por dB(A).

### 3. FREQUÊNCIAS NATURAIS DE FLEXÃO E DE TORÇÃO DE ESTADORES DE MÁQUINAS ELÉTRICAS

O exemplo mais simples de um sistema vibratório com um grau de liberdade é o modelo massa-mola. Sendo  $m$  a massa do sistema,  $K$  a constante elástica da mola e  $x$  o deslocamento, a frequência natural de vibração deste sistema é determinada, resolvendo-se a seguinte equação diferencial de segunda ordem que estabelece o equilíbrio do sistema, na qual o amortecimento é desprezado:

$$Kx + m \frac{d^2x}{dt^2} = 0 \quad (3.1)$$

A solução da equação (3.1) é:

$$x = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t \quad (3.2)$$

Onde  $A$  e  $B$  são as constantes de integração que dependem das condições iniciais.

A frequência natural angular  $\omega_n$  é dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad (3.3)$$

A mola do sistema massa-mola pode ser substituída por uma barra uniforme de comprimento  $L$  e área de seção transversal reta  $S$ . Assim, a rigidez à tração  $K$  (constante elástica da mola) é dada por [20]:

$$K = \frac{ES}{L} \quad (3.4)$$

Onde  $E$  é o módulo de elasticidade em  $[N/m^2]$ . Consequentemente, a frequência natural do sistema  $f_n$ , em Hertz, é dada por:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ES}{mL}} \quad (3.5)$$

Um outro exemplo de um sistema vibratório de um grau de liberdade é um disco maciço ligado rigidamente ao extremo de uma barra. Aplicando-se um torque no disco e liberando-o para vibrar livremente, tem-se vibrações livres torcionais. O modelamento matemático é idêntico ao caso do sistema massa-mola:

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + K_t \theta = 0 \quad (3.6)$$

Onde:

$\theta$  é o deslocamento angular em radianos;

$J$  é o momento de inércia da massa do disco em relação ao eixo da barra perpendicular ao plano do disco em  $[\text{kgm}^2]$ ;

$K_t$  é a rigidez do eixo à torção em  $[\text{Nm}]$  e é dada por:

$$K_t = \frac{GJ_p}{L} = \frac{G\pi d^4}{32L} \quad (3.7)$$

$J_p$  é o momento de inércia polar do eixo em  $[\text{m}^4]$ ;

$G$  é o módulo de elasticidade transversal do eixo em  $[\text{N/m}^2]$ ;

$d$  é o diâmetro do eixo em  $[\text{m}]$ ;

$L$  é o comprimento do eixo em  $[\text{m}]$ .

A solução da equação (3.6) é dada por:

$$\theta = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t \quad (3.8)$$

Onde  $A$  e  $B$  são as constantes de integração que dependem das condições iniciais, como no caso da equação (3.2). A frequência natural angular  $\omega_n$  é dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_t}{J}} \quad (3.9)$$

Para uma barra de diâmetro constante  $d$ , tem-se a seguinte frequência natural de torção em Hertz:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G\pi d^4}{32LJ}} \quad (3.10)$$

Obviamente, as equações (3.3), (3.5), (3.9) e (3.10) representam as frequências de sistemas simples com um grau de liberdade. Mas, em todo o caso, elas fornecem uma idéia aproximada das expressões das frequências naturais de flexão e de torção de estatores, que serão vistas a seguir.

O pacote de chapas do estator é uma estrutura sujeita a vibrações quando excitada pelas ondas de força. Para a determinação da amplitude de deformação dinâmica, as



freqüências naturais do pacote de chapas devem ser conhecidas. Considera-se os pacotes de chapas como anéis homogêneos livres capazes de vibrar. A influência dos dentes e dos enrolamentos é considerada através de fatores de acréscimo de massa. A carcaça, mancais e outros componentes capazes de vibrar não são considerados. Eventualmente, a carcaça pode ser considerada como um acréscimo na coroa.

### 3.1 Grandezas necessárias para o cálculo das freqüências naturais de flexão

A figura 3.1 mostra simplificada as grandezas para o cálculo das freqüências naturais de flexão do pacote de chapas do estator. Será considerado apenas o ruído emitido pelo pacote de chapas do estator. Como o rotor somente transmite ondas sonoras através do entreferro, e estas ondas não são retransmitidas ao estator devido à comprimibilidade do ar, as excitações do rotor têm uma influência muito pequena no nível sonoro resultante, motivo pela qual tais excitações são desprezadas.

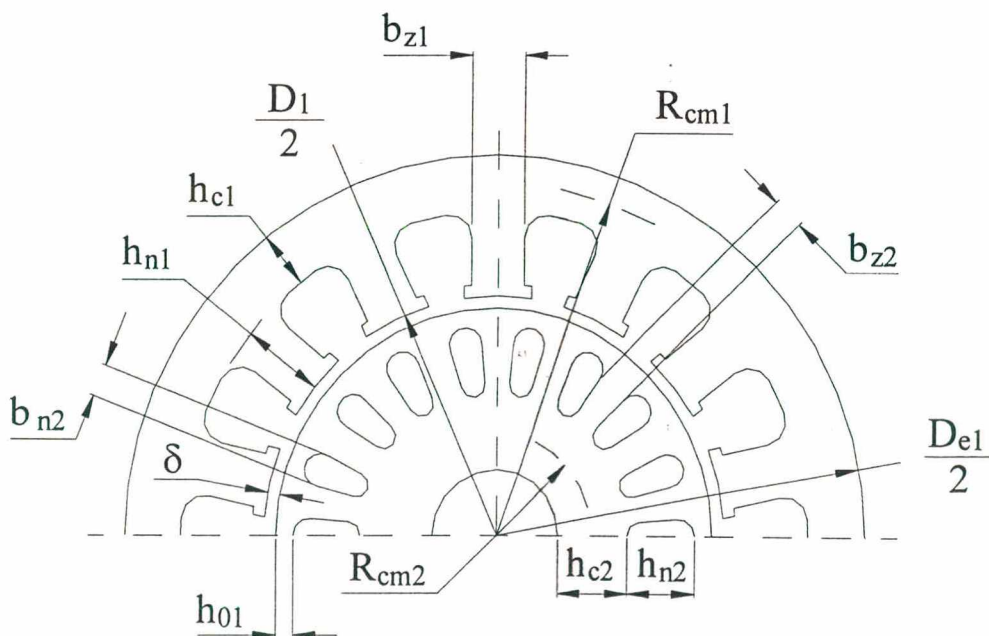


Figura 3.1 - Dimensões do estator

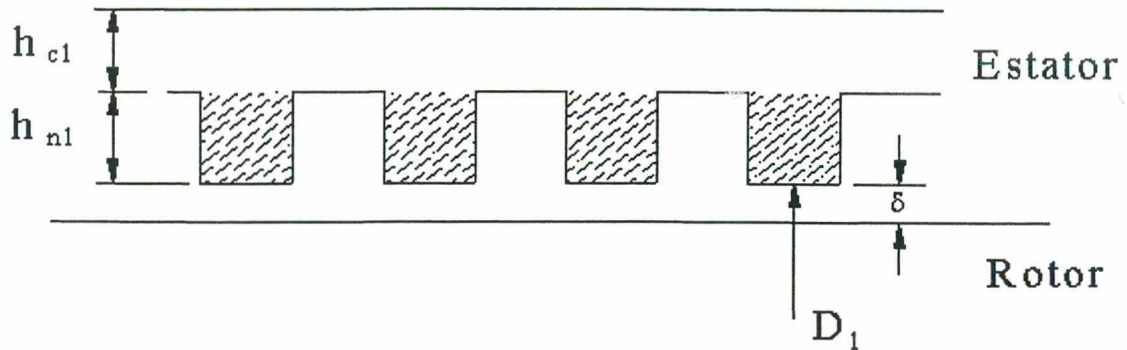
As grandezas necessárias para o cálculo das freqüências naturais do pacote de chapas do estator são descritas a seguir:

**a) Área dos dentes do estator –  $A_{z1}$**

A área em questão é a seção frontal dos dentes do estator conforme Fig. 3.2.

$$A_{z1} = \pi (D_1 + h_{n1}) h_{n1} - N_1 A_{n1} \quad (3.11)$$

Onde  $A_{n1}$  é a área de uma ranhura do estator.



**Figura 3.2 - Área dos dentes do estator**

**b) Raio médio da coroa do estator -  $R_{cm1}$**

Conforme figura 3.1, o raio médio da coroa do estator  $R_{cm1}$  é dado por:

$$R_{cm1} = \frac{(D_{e1} + D_1 + 2 h_{n1})}{4} \quad (3.12)$$

**c) Comprimento efetivo do pacote de chapas -  $L_e$**

É o comprimento efetivo de ferro, desconsiderando os canais radiais de ventilação, se existirem, onde  $b_k$  é a largura do canal radial de ventilação e  $z_k$  é o número de canais.

$$L_e = L_1 - z_k \cdot b_k \quad (3.13)$$

**d) Momento de inércia da seção transversal da coroa do estator -  $J_{c1}$  [2]**

$$J_{c1} = \frac{L_e \cdot h_{c1}^3}{12} \quad (3.14)$$

**e) Rigidez da coroa -  $i_1$  [2, 4]**

$$i_1 = \frac{h_{c1}}{2\sqrt{3}R_{cm1}} \quad (3.15)$$

**f) Largura média das ranhuras  $b_{n1}$  e dos dentes  $b_{z1}$  do estator**

$$b_{n1} = \frac{A_{n1}}{h_{n1}} \quad \text{e} \quad b_{z1} = \frac{A_{z1}}{N_1 \cdot h_{n1}} \quad (3.16)$$

$b_{n1}$  é a largura média de uma única ranhura e  $b_{z1}$ , de um único dente.

**g) Momento de inércia de massa de um dente -  $J_{z1}$  [2]**

$$J_{z1} = b_{z1} \cdot L_e \cdot h_{n1}^3 \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{h_{c1}}{2h_{n1}} \left( 1 + \frac{h_{c1}}{2h_{n1}} \right) \right) \cdot \left( 1 + k_{cu1} \cdot \frac{m_{cu1}}{m_{z1}} \right) \cdot \gamma_{fe} \quad [\text{kgm}^2] \quad (3.17)$$

$k_{cu1}$  é o fator de acoplamento de massa do cobre do enrolamento. Este fator é difícil de ser determinado experimentalmente e por isso, é impreciso. Geralmente, é considerado como sendo 0,8 (valor prático usado na WEG e recomendado por [2]). Ainda na equação (3.17),  $m_{cu1}$  e  $m_{z1}$  significam, respectivamente, a massa de cobre do enrolamento e a massa dos dentes do estator e  $\gamma_{fe}$  é a massa específica para o ferro dos dentes e da coroa.

**h) Fator de acréscimo de massa para a deformação radial -  $\Delta_{x1}$  [2]**

$$\Delta_{x1} = \frac{m_{c1} + m_{z1} + k_{cu1} m_{cu1}}{m_{c1}} \quad (3.18)$$

Onde  $m_{c1}$  significa a massa da coroa do estator. As demais variáveis da equação (3.18) já foram definidas anteriormente.

**i) Fator de acréscimo de massa para a torção -  $\Delta_{m1}$  [2]**

$$\Delta_{m1} = 1 + \frac{N_1 \cdot J_{z1}}{2\pi \cdot R_{cm1} \cdot J_{c1} \cdot \gamma_{fe}} \quad (3.19)$$

### 3.2. Cálculo das frequências naturais de flexão

As frequências naturais de flexão do pacote de chapas do estator são determinadas para os modos de vibração  $r = 0$  e  $r \geq 2$ . Para  $r = 1$  não se calcula as frequências naturais. O

motivo para isto fica evidenciado quando se observa as deformações do pacote de chapas para cada modo de vibração, como mostra a Fig. 2.15. Para  $r = 1$ , a integração das tensões radiais sobre o perímetro do estator resulta em uma força diferente de zero, chamada de força magnética unilateral, que gira com uma determinada frequência angular. Obviamente ela também contribui para o nível de ruído. Porém, os efeitos mais substanciais resultam do fato de que as forças de reação devido à fixação do motor são aplicadas à base. De acordo com o tipo de fixação e base resultam várias massas que vibram, acopladas sobre molas, com respectivas frequências próprias. Já que as frequências da base não são conhecidas na maioria das vezes, o cálculo das frequências próprias, em geral, não é possível.

Segundo Frohne [8] e Jordan [4], as frequências naturais de flexão do estator são dadas por:

Para  $r = 0$ :

$$f_{nf0} = \frac{1}{2\pi R_{cm1}} \sqrt{\frac{E}{\gamma_{fe} \cdot \Delta x_1}} \quad (3.20)$$

Para  $r \geq 2$

$$f_{nf} = f_{nf0} \cdot i_1 \cdot r \cdot \frac{(r^2 - 2)}{\sqrt{r^2 + 1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + i_1^2 \cdot \left(\frac{r^2 - 1}{r^2 + 1}\right) \cdot \left(3 + r^2 \cdot \left(4 + \frac{\Delta m_1}{\Delta x_1}\right)\right)}} \quad (3.21)$$

Todas as grandezas necessárias para o cálculo das frequências naturais de flexão já foram calculadas no subcapítulo 3.1. O módulo de elasticidade  $E$  e a massa específica do ferro  $\gamma_{fe}$  valem respectivamente,  $E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$  e  $\gamma_{fe} = 7,81 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

### 3.3 Grandezas necessárias para o cálculo das frequências naturais de torção

No cálculo das frequências naturais de torção do pacote de chapas do estator, os dentes e o enrolamento são considerados segundo a dissertação de doutorado de Müller-Tomfelde [2], de modo que são realizadas correções nas grandezas já calculadas.



**a) Largura média da ranhura  $b_{n1s}$  e do dente  $b_{z1s}$  do estator [2]**

Segundo experiências realizadas por Müller-Tomfelde [2], o dente contribui com apenas 2/3 de sua largura para a rigidez da coroa. Assim, tem-se:

$$b_{n1s} = b_{n1} + \frac{b_{z1}}{3} \quad \text{e} \quad b_{z1s} = \frac{2}{3} b_{z1} \quad (3.22)$$

**b) Valor para correção do raio médio da coroa -  $x_{s1}$**

O eixo de rotação, considerando os dentes como um acréscimo de massa à coroa, se desloca de uma distância  $x_{s1}$  em relação ao raio (deslocamento do centro de massa):

$$x_{s1} = \frac{h_{s1} \cdot b_{z1s}}{h_{s1} \cdot b_{z1s} + h_{c1} \cdot b_{n1s}} \cdot \frac{h_{n1}}{2} \quad (3.23)$$

onde:  $h_{s1} = h_{c1} + h_{n1}$  é a altura total da coroa, considerando as ranhuras.

**c) Raio médio da coroa do estator -  $R_{cm1s}$**

$$R_{cm1s} = R_{cm1} - x_{s1} \quad (3.24)$$

**d) Área equivalente de ferro da ranhura do estator -  $A_{k1}$**

$$A_{k1} = \frac{L_1}{L_{m1}} \cdot \frac{m_{cul}}{\gamma_{fe} b_{n1} N_1 k_{fe}} \quad (3.25)$$

Onde  $L_1$  e  $L_{m1}$  são, respectivamente, o comprimento do pacote de chapas do estator e o comprimento médio das espiras.

**e) Momento de inércia da seção transversal da coroa do estator -  $J_{x1}$  [2]**

$$J_{x1} = \frac{h_{c1} L_e^3}{12} \quad (3.26)$$

**f) Momento de inércia de torção para a coroa do estator no local da ranhura -  $J_{m1}$**

$$J_{m1} = \eta_{3n} L_e h_{c1}^3 \quad (3.27)$$

**g) Momento de inércia de torção para a coroa do estator no local do dente -  $J_{tz1}$**

$$J_{tz1} = \eta_{3z} \cdot L_e \cdot h_{s1}^3 \quad (3.28)$$

Os fatores para o cálculo do momento de inércia da coroa do estator segundo Müller-Tomfelde [2] no local da ranhura  $\eta_{3N}$  e no local do dente  $\eta_{3z}$  são dados por:

$$\eta_{3N} = \frac{1}{3} - \frac{0,21}{\Psi_N} + \frac{0,017}{\Psi_N^5} \quad \text{e} \quad \eta_{3z} = \frac{1}{3} - \frac{0,21}{\Psi_z} + \frac{0,017}{\Psi_z^5}$$

Onde:  $\Psi_N = \frac{L_e}{h_{c1}}$  e  $\Psi_z = \frac{L_e}{h_{s1}}$

**h) Momento de inércia de torção resultante -  $J_{t1}$**

$$J_{t1} = \frac{\left(\frac{t_{z1}}{b_{n1s}}\right) J_{tn1} \cdot \left(\frac{t_{z1}}{b_{z1s}}\right) J_{tz1}}{\left(\frac{t_{z1}}{b_{n1s}}\right) J_{tn1} + \left(\frac{t_{z1}}{b_{z1s}}\right) J_{tz1}} \quad (3.29)$$

Onde  $t_{z1} = b_{z1} + b_{n1}$  é o passo do dente do estator. Simplificando a equação (3.29), resulta:

$$J_{t1} = \frac{\frac{t_{z1}}{b_{n1s}} J_{tn1}}{1 + \left(\frac{b_{z1s}}{b_{n1s}}\right) \frac{J_{tn1}}{J_{tz1}}} \quad (3.30)$$

**i) Momento de inércia polar da coroa do estator no local da ranhura -  $J_{pn1}$  [2]**

$$J_{pn1} = J_{c1} + J_{x1} + h_{c1} L_e x_{s1}^2 + A_{k1} \left( \frac{h_{s1}}{2} - x_{s1} \right)^2 \quad (3.31)$$

**j) Momento de inércia polar da coroa do estator no local do dente -  $J_{pz1}$  [2]**

$$J_{pz1} = \frac{L_e h_{s1}^3}{12} + \frac{h_{s1} L_e^3}{12} + L_e h_{s1} \left( \frac{h_{n1}}{2} - x_{s1} \right)^2 \quad (3.32)$$



**k) Momento de inércia polar resultante da coroa do estator -  $J_{p1}$  [2]**

$$J_{p1} = J_{pn1} \cdot \frac{b_{n1}}{t_{z1}} + J_{pz1} \cdot \frac{b_{z1}}{t_{z1}} \quad (3.33)$$

### 3.4 Cálculo das freqüências naturais de torção

Todas as grandezas necessárias para o cálculo da freqüência natural de torção do pacote de chapas do estator já foram apresentadas no subcapítulo 3.3 precedente. Sabendo-se que o módulo de elasticidade transversal (módulo de elasticidade ao cisalhamento) para o aço vale  $G = 8,08 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ , tem-se:

$$f_{nt} = \frac{1}{2\pi R_{cm1s}} \sqrt{\frac{E J_{x1} + G J_{t1}}{\gamma_{fe} J_{p1}}} r^2 \quad \text{para } r = 0, 1, 2, \dots, r_{\text{máx}} \quad (3.34)$$

Para um cálculo mais simplificado, desprezando-se a influência dos dentes do estator e do enrolamento, desconsidera-se a correção segundo Müller-Tomfelde [2]. Daí resulta:

$$R_{cm1s} = R_{cm1}, \quad J_{t1} = \eta_{3N} L_e h_{c1}^3, \quad J_{p1} = \frac{h_{c1} L_e^3 + L_e \cdot h_{c1}^3}{12} \quad (3.35)$$

### 3.5 Exemplos de cálculo das freqüências naturais de flexão e de torção

Como ilustração, foram calculadas as freqüências naturais de flexão e de torção do estator de dois motores de indução de 6 pólos: um motor de 1cv e um de 450cv. A escolha de motores de 6 pólos se justifica pelo fato de que quanto maior for o número de pólos do motor, maior a contribuição do ruído de origem magnética no ruído total. Por outro lado, motores de número de pólos maior do que 6 são pouco utilizados. Quanto às potências, procurou-se determinar as freqüências naturais do estator de um motor pequeno (1cv) e de um motor grande (450cv), para comparar extremos. Enquanto que motores pequenos possuem freqüências naturais de **flexão** próximas das freqüências de excitação para os modos de vibração mais baixos, que são os mais críticos, os motores grandes apresentam freqüências naturais de **torção** próximas das freqüências de excitação, o que é

particularmente crítico no caso de as ranhuras do estator serem inclinadas, devido às forças torcionais. A Tabela 3.1 apresenta os resultados do cálculo analítico de acordo com as equações apresentadas neste capítulo, considerando-se 80% da massa do enrolamento do estator acoplada à coroa.

Tabela 3.1 – Freqüências naturais do estator de motores de indução

Modo de Vibração r	Motor 1cv/6 pólos		Motor 450cv/6 pólos	
	Freqüência Natural de Flexão [Hz]	Freqüência Natural de Torção [Hz]	Freqüência Natural de Flexão [Hz]	Freqüência Natural de Torção [Hz]
0	10052,2	10604,8	2064,4	2354,9
1	-	10778,9	-	2362,3
2	1377,8	11285,0	200,1	2384,6
3	3670,7	12081,4	540,6	2421,3
4	6531,9	13115,4	976,9	2471,7
5	9727,5	14335,7	1476,7	2535,1
6	13102,7	15698,9	2015,9	2610,5
7	16562,8	17170,9	2577,9	2696,8
8	20053,5	18726,2	3151,7	2793,2
9	23545,6	20345,7	3730,7	2898,5
10	27024,4	22015,1	4310,7	3011,8
11	30483,2	23724,0	4889,7	3132,3
12	33919,8	25464,4	5466,3	3259,2
13	37334,3	27230,2	6040,0	3391,8
14	40727,8	29016,9	6610,6	3529,3
15	44101,9	30820,7	7178,1	3671,3
16	47458,6	32639,0	7742,8	3817,3
17	50799,5	34469,2	8304,6	3966,7
18	54126,3	36309,8	8864,0	4119,3
19	57440,5	38159,1	9421,0	4274,8
20	60743,5	40015,9	9975,9	4432,7



### **3.6 Determinação das frequências naturais do pacote de chapas do estator através do método de elementos finitos**

Com o objetivo de validar o cálculo analítico das frequências naturais dos estatores, tais frequências foram determinadas através do método de elementos finitos, utilizando-se o software ANSYS, para os mesmos motores apresentados no subcapítulo 3.5. Inicialmente, foi modelado o estator do motor de 1cv de forma semelhante ao cálculo analítico, ou seja, 80% da massa do enrolamento dentro das ranhuras do estator foi considerada como acoplada a ele. Os resultados, no entanto, foram muito diferentes do cálculo analítico. Percebeu-se, então, que este modelamento era falho, pois na simulação através do ANSYS, a porção de 80% da massa do enrolamento foi considerada rigidamente acoplada à coroa do estator, modificando não só a sua massa, mas principalmente a sua rigidez e o seu raio médio. Isto, naturalmente, não representa a realidade pois, para os níveis de deformação do estator encontrados nos casos reais, o enrolamento não pode ser considerado como rigidamente acoplado à coroa do estator.

Pensou-se em resolver este problema, impondo-se um rigidez fictícia muito baixa para o material do enrolamento (cobre). Esta solução não foi efetiva, pois começaram a aparecer muitas frequências de baixa ordem devido à vibração do próprio enrolamento, aumentando sobremaneira o tempo de processamento. A solução adotada foi, então, modelar o estator sem o enrolamento, mantendo-se, porém, os dentes acoplados rigidamente à coroa.

Este problema poderia talvez ser definitivamente resolvido se fosse utilizado o modelamento de elementos de contato ou, quem sabe, se fosse considerada a massa do enrolamento acoplada à coroa do estator através de um acréscimo no peso específico do material da coroa. Neste caso, o raio médio da coroa não seria deslocado e haveria um desacoplamento entre rigidez e massa. Esta simulação fica como sugestão para trabalhos futuros.

Para o motor de 1cv, foram determinadas apenas as frequências naturais de flexão. Há dois motivos para isto. O primeiro é que o cálculo analítico já apontava para elevadas frequências naturais de torção, bem acima das frequências de excitação. O segundo motivo é o tempo de processamento do ANSYS. Como o comprimento do pacote de chapas do estator não influencia na frequência natural de flexão (apenas na de torção), este pôde ser reduzido ao mínimo, diminuindo o número de elementos das matrizes do sistema e consequentemente, o tempo de processamento. Para o cálculo das frequências naturais de

torção, haveria a necessidade de se ter o comprimento original do pacote de chapas do estator. Sabendo-se que os resultados conduziram a valores não úteis, resolveu-se determinar apenas as frequências naturais de flexão.

Para o motor de 450cv, este procedimento não pôde ser realizado, pois as frequências naturais de torção são importantes. Aproveitando-se a experiência adquirida na simulação do motor de 1cv, decidiu-se modelar o motor de 450cv sem o enrolamento.

Para ambos os motores, a frequência natural dos dentes do estator não foi determinada, pois verificou-se em cálculos prévios que seu valor estava muito acima das possíveis frequências de excitação e que, portanto, não teriam influência na geração do ruído de origem magnética. Como as forças de excitação são radiais, foi introduzida no modelo uma restrição ao movimento do estator na direção axial. Com isto, várias frequências naturais sem importância foram suprimidas, aumentando a velocidade de processamento do ANSYS.

Uma simplificação do modelo foi a consideração de que o pacote de chapas do estator era um bloco maciço. Esta consideração, na verdade, não é importante para a frequência natural de flexão, mas muito importante para a frequência natural de torção, pois as lâminas tendem a deslizar umas sobre as outras quando são submetidas a forças de torção.

### ***3.6.1 Exemplos de Cálculo***

A Tabela 3.2 apresenta os resultados numéricos das frequências naturais determinadas através do software ANSYS. A comparação das frequências naturais de flexão calculadas analiticamente com aquelas determinadas através do ANSYS está apresentada na Tabela 3.3. A comparação das frequências naturais de torção não está apresentada devido à falta de simulações no ANSYS suficientes para evidenciar tais frequências.

As Figuras 3.3 a 3.7 apresentam os modos de vibração do pacote de chapas do estator correspondentes às frequências naturais de flexão determinadas pelo software ANSYS para os motores de 1cv/6pólos, considerando 80% do enrolamento acoplado ao estator. Da mesma forma, as Fig. 3.8 a 3.14 apresentam os modos de vibração correspondentes às frequências naturais de flexão para os motores de 1cv/6pólos sem enrolamento no estator.



As Fig. 3.15 a 3.17 apresentam os modos de vibração do pacote de chapas do estator correspondentes às frequências naturais de flexão determinadas pelo software ANSYS para o motor de 450cv/6pólos. As simulações foram executadas conforme descrito no subcapítulo 3.5.

**Tabela 3.2 – Frequências naturais de flexão e de torção do estator de motores de indução calculadas através do software ANSYS (por elementos finitos)**

Modo de Vibração	Frequência Natural de Flexão [Hz]		Frequência Natural de Torção [Hz]	
	Motor 1cv/6 pólos		Motor 450cv/6 pólos Sem enrolamento	Motor 450cv/6 pólos Sem enrolamento
	Com enrolamento	Sem enrolamento		
0	15553	11526	1232,8	-
1	-	17355	-	-
2	4318,6	1563,6	253,1	634,4
3	11462	4234,5	739,2	922,1
4	20461	7715,0	1419,6	1294,0
5	31546	11687,0	-	-
6	-	15674,0	-	-
7	-	18816,0	-	-
8	-	20839,0	-	-
9	-	21851,0	-	-
10	-	22281,0	-	-

Da Tabela 3.2 fica evidente que existe uma diferença muito significativa nos resultados de cálculo das frequências naturais de flexão do estator quando o enrolamento é considerado acoplado ao estator em comparação ao cálculo sem enrolamento. Na verdade, o software ANSYS interpretou o enrolamento como uma massa (e área) rigidamente acoplada à coroa, modificando completamente as características geométricas que deveriam ser consideradas.

Assim, é fácil compreender que os resultados para o caso “*com enrolamento*” da Tabela 3.2 são errôneos e foram relacionados apenas para ilustrar esta discussão.

Portanto, a comparação entre o método analítico e o método de elementos finitos (ANSYS) foi realizada para o caso “*sem enrolamento*” conforme apresentada na Tabela 3.3 a seguir.

**Tabela 3.3 – Frequências naturais de flexão do estator de motores de indução**  
**Comparação cálculo analítico x elementos finitos (ANSYS)**

Modo de Vibração r	Frequência Natural de Flexão [Hz]					
	Motor 1cv/6 pólos <i>Sem enrolamento</i>			Motor 450cv/6 pólos <i>Sem enrolamento</i>		
	<i>Cálculo Analítico</i>	<i>ANSYS</i>	<i>ERRO [%]</i>	<i>Cálculo Analítico</i>	<i>ANSYS</i>	<i>ERRO [%]</i>
0	10984,4	11526	-4,7	2366,6	-	-
1	-	17355	-	-	-	-
2	1513,2	1563,6	-3,2	230,6	253,1	-8,9
3	4065,8	4234,5	-4,0	628,8	739,2	-14,9
4	7304,4	7715,0	-5,3	1148,7	1419,6	-19,1
5	10978,5	11687,0	-6,1	1756,0	-	-
6	14909,7	15674,0	-4,9	2423,0	-	-
7	18979,7	18816,0	0,9	3128,4	-	-
8	23114,8	20839,0	10,9	3857,2	-	-
9	27271,9	21851,0	24,8	4599,0	-	-
10	31426,7	22281,0	41,0	5347,2	-	-

A diferença nos resultados apresentada na Tabela 3.3 deve-se principalmente à simplificação do formato das ranhuras considerada no método analítico, à consideração de que os dentes do estator são apenas um acréscimo de massa à coroa e à aproximação de algumas equações analíticas. Evidentemente, considera-se que os resultados obtidos



através do método de elementos finitos (ANSYS) sejam os mais confiáveis. No entanto, pode-se afirmar que os resultados analíticos alcançaram boa aproximação, fornecendo uma alternativa rápida e confiável para a determinação das frequências naturais de flexão e de torção.

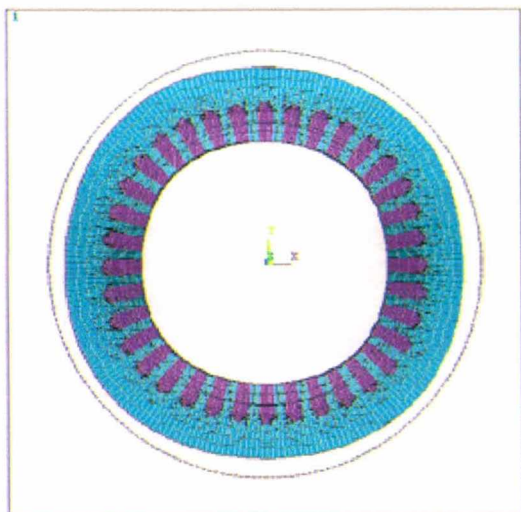


Fig. 3.3 – Deformação do estator para o motor

1cv/6pólos,  $r = 0$ ;  $f_n = 15553\text{Hz}$

(com enrolamento)

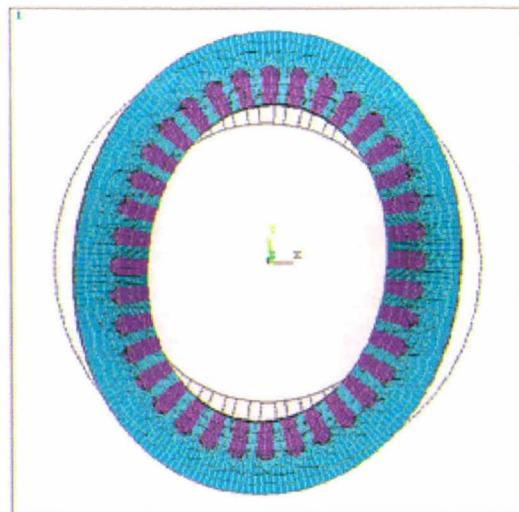


Fig. 3.4 – Deformação do estator para o motor

1cv/6pólos,  $r = 2$ ;  $f_n = 4318.6\text{Hz}$

(com enrolamento)

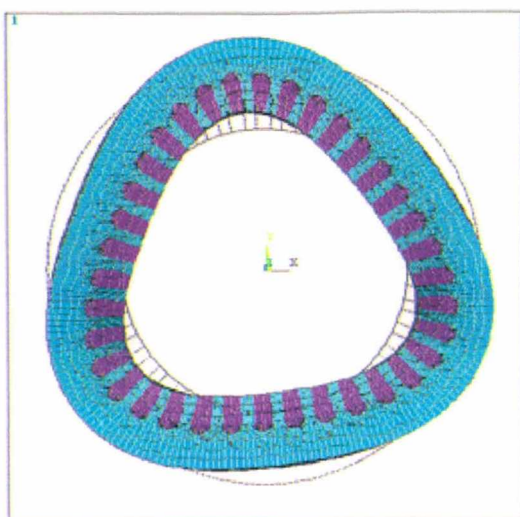


Fig. 3.5 – Deformação do estator para o motor

1cv/6pólos,  $r = 3$ ;  $f_n = 11462\text{Hz}$

(com enrolamento)

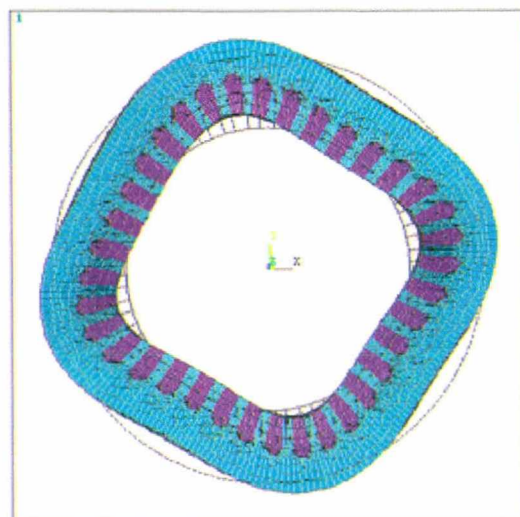


Fig. 3.6 – Deformação do estator para o motor

1cv/6pólos,  $r = 4$ ;  $f_n = 20461\text{Hz}$

(com enrolamento)

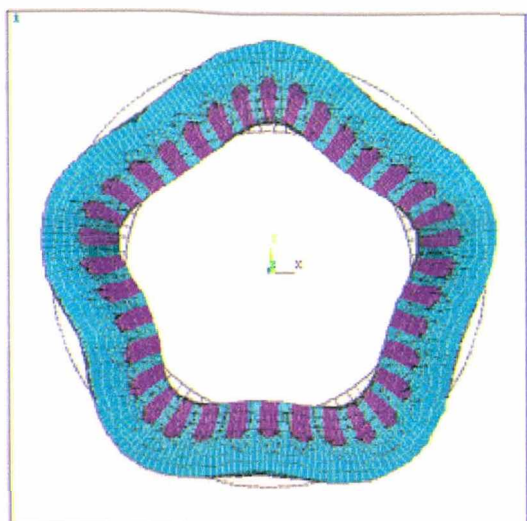


Fig. 3.7 – Deformação do estator para o motor 1cv/6pólos,  $r = 5$ ;  $f_n = 31546\text{Hz}$   
(com enrolamento)

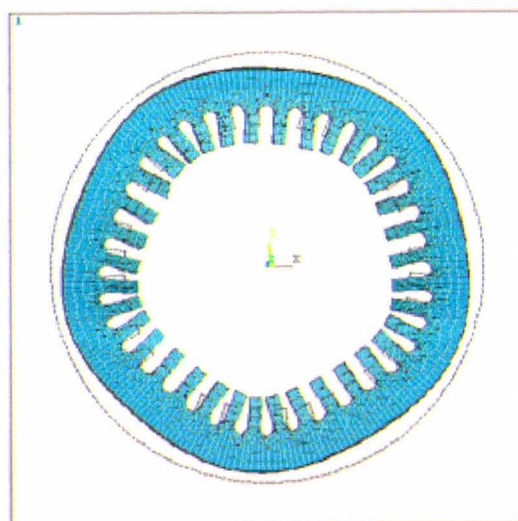


Fig. 3.8 – Deformação do estator para o motor 1cv/6pólos,  $r = 0$ ;  $f_n = 11526\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

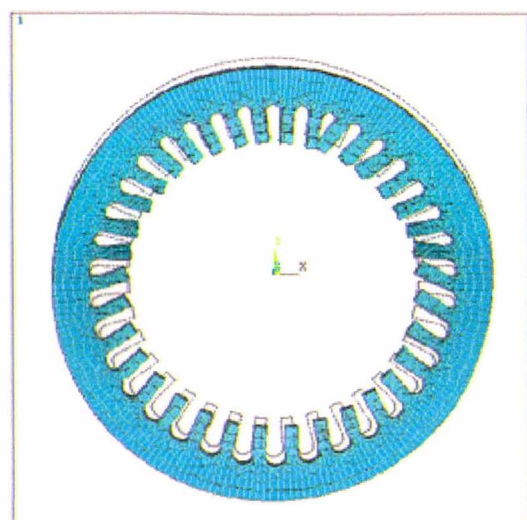


Fig. 3.9 – Deformação do estator para o motor 1cv/6pólos,  $r = 1$ ;  $f_n = 17355\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

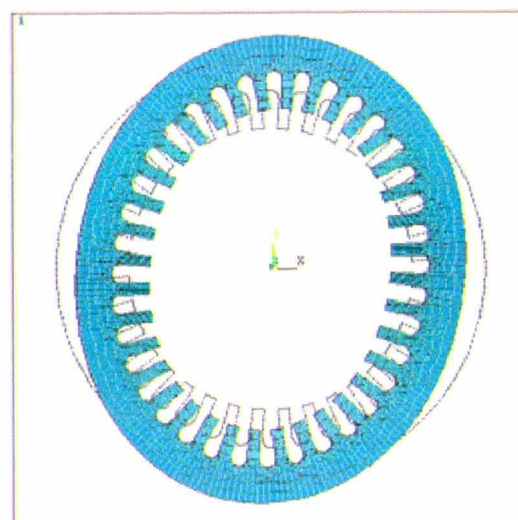


Fig. 3.10 – Deformação do estator para o motor 1cv/6pólos,  $r = 2$ ;  $f_n = 1563,6\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

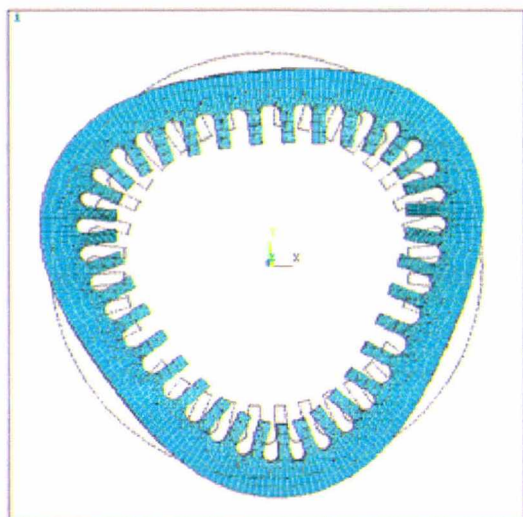


Fig. 3.11 – Deformação do estator para o motor 1cv/6pólos,  $r = 3$ ;  $f_n = 4234,5\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

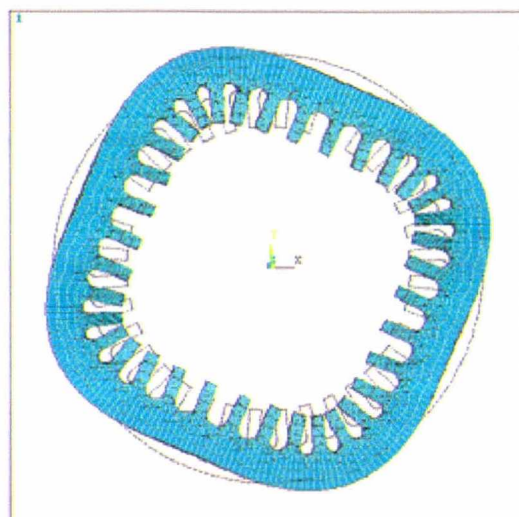


Fig. 3.12 – Deformação do estator para o motor 1cv/6pólos,  $r = 4$ ;  $f_n = 7715\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

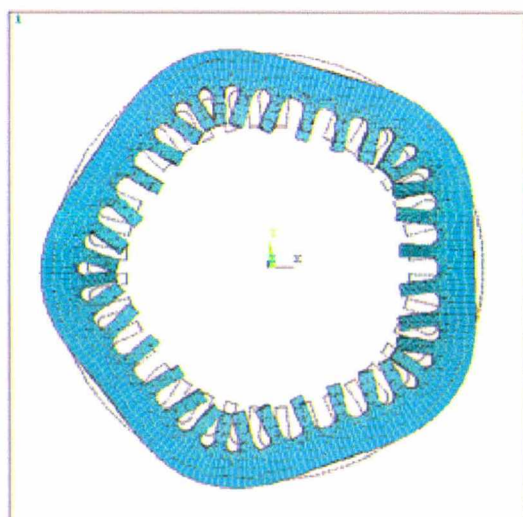


Fig. 3.13 – Deformação do estator para o motor 1cv/6pólos,  $r = 5$ ;  $f_n = 11687\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

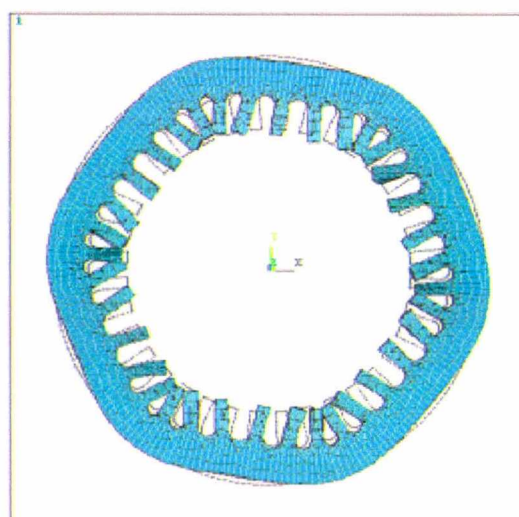


Fig. 3.14 – Deformação do estator para o motor 1cv/6pólos,  $r = 6$ ;  $f_n = 15674\text{Hz}$   
(sem enrolamento)



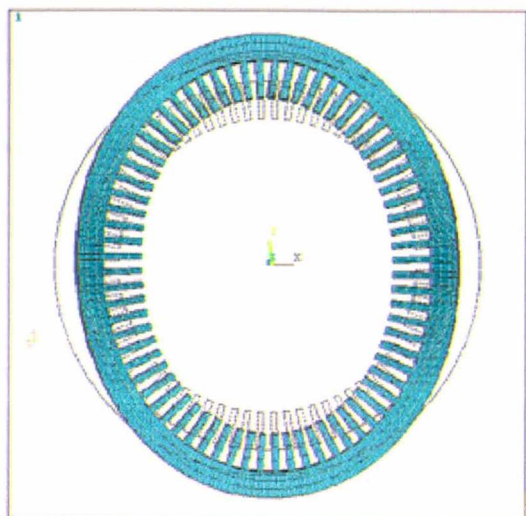


Fig. 3.15 – Deformação do estator para o motor 450cv/6pólos,  $r = 2$ ;  $f_n = 253,1\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

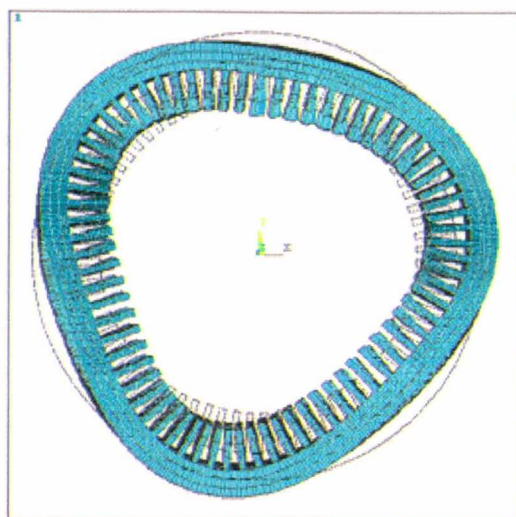


Fig. 3.16 Deformação do estator para o motor 450cv/6pólos,  $r = 3$ ;  $f_n = 739,2\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

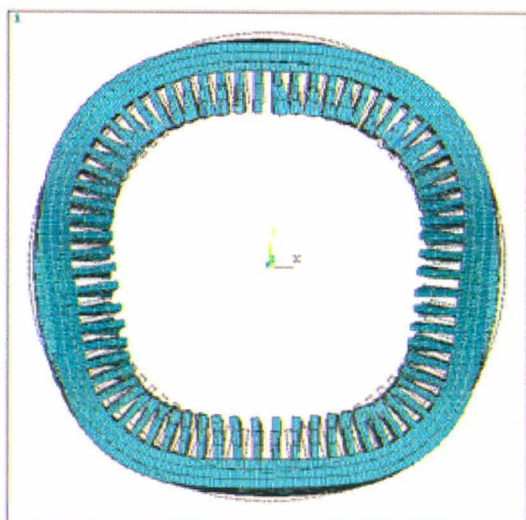


Fig. 3.17 – Deformação do estator para o motor 450cv/6pólos,  $r = 4$ ;  $f_n = 1420\text{Hz}$   
(sem enrolamento)

## 4. CÁLCULO DAS HARMÔNICAS DE INDUÇÃO

Por uma questão didática, propõe-se a separação das harmônicas de indução presentes no entreferro, de acordo com a sua causa física, em quatro grupos: *harmônicas de indução do estator* (onda fundamental e harmônicas de enrolamento e de ranhuras), *harmônicas de indução do rotor* (harmônicas de enrolamento e de ranhuras), *harmônicas de indução de saturação* (onda fundamental e harmônicas do rotor) e *harmônicas de indução de excentricidade* (onda fundamental e harmônicas do rotor). Este capítulo apresenta as equações para o cálculo da amplitude, frequência, número de pares de pólos e ângulo de fase das harmônicas de indução citadas. Não é objetivo, porém, mostrar as deduções de todas as equações, uma vez que elas estão disponíveis na literatura citada, mas relacioná-las de forma organizada de modo a permitir a sua determinação.

### 4.1 Cálculo das harmônicas de indução do estator

#### 4.1.1 Harmônica de Indução Fundamental do Estator ( $\nu = p$ )

A distribuição da onda fundamental de indução no entreferro é senoidal ao longo do passo polar. Assim, a força eletro-motriz eficaz gerada  $E$  é dada por [22]:

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f W_1 f_{w1} \tau_p L_1 \frac{2}{\pi} B_p \quad (4.1)$$

$W_1$  é o número de espiras em série por fase do estator e é dado por:

$$W_1 = \frac{Z_1}{a} \cdot \frac{N_1}{2m} \quad (4.2)$$

Onde:  $f$  = frequência da rede [Hz]

$Z_1$  = número de condutores por ranhura

$a$  = número de caminhos paralelos

$N_1$  = número de ranhuras do estator

$m$  = número de fases

$f_{w1}$  = fator de enrolamento do estator

$\tau_p$  = passo polar [m]

$L_1$  = comprimento do pacote de chapas do estator [m]

$B_p$  = indução máxima no espaço e no tempo para a onda fundamental [T]

Como a força eletro-motriz  $E$  é muito próxima da tensão eficaz de alimentação  $V_{ef}$ , pode-se calcular  $B_p$  através da equação (4.3) a seguir:

$$B_p = \frac{V_{ef}}{\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f W_1 f_{w1} \tau_p L_1 \frac{2}{\pi}} \quad (4.3)$$

O valor médio de  $B_p$  no espaço é dado por:

$$\bar{B}_p = \frac{V_{ef}}{\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f W_1 f_{w1} \tau_p L_1} \quad (4.4)$$

A freqüência da onda fundamental do estator  $f_v$  é, obviamente, a freqüência da rede, ou seja,  $f_v = f$ , assim como o número de pares de pólos é o número de pares de pólos  $p$  da máquina, ou seja,  $v = p$ .

#### 4.1.2 Harmônicas de indução do enrolamento do estator - $B_{wv}$

Para  $v \neq p$ , tem-se as harmônicas de indução do enrolamento do estator que dependem diretamente da corrente do estator e têm as amplitudes dadas por [22]:

$$B_{wv} = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\mu_0}{\delta_v} \cdot \frac{W_1}{v} \cdot \xi_{Nv} \cdot f_{w1} \cdot I_1 \cdot \sqrt{2} \quad (4.5)$$

$\delta_v$  é o entreferro magnético para as harmônicas, considerando-se o efeito da fmm dos dentes do estator e do rotor.  $\xi_{Nv}$  é dado pela equação (4.15).

As harmônicas de indução do enrolamento do estator têm o mesmo ângulo de fase que a corrente nominal  $I_1$ , ou seja,  $\phi_I$  e a mesma freqüência da onda fundamental, ou seja,  $f_{wv} = f$ . O número de pares de pólos é dado por [22]:

$$v = p \left( 1 + \frac{2m}{n} g_1 \right) \quad (4.6)$$

Onde  $g_1 = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$  e  $n$  é o denominador da fração que representa o número de ranhuras por pólo e por fase da máquina, ou seja, como o número de ranhuras por pólo e



por fase é  $q = \frac{N_1}{2pm} = k \frac{c}{n}$ ,  $n$  será 1, 2 ou 4. Por exemplo, para um motor de 4 pólos com 36 ranhuras no estator, tem-se 3 ranhuras por pólo e por fase; logo,  $q = 3$ . Neste caso,  $n$  (que é o denominador de  $q$ ) é igual a 1. Se o mesmo motor fosse de 8 pólos, ter-se-ia  $q = \frac{36}{8 \cdot 3} = \frac{3}{2}$ . Logo,  $n$  seria igual a 2.

#### 4.1.3 Harmônicas de indução das ranhuras do estator

Estas harmônicas, que são causadas pelas ondas de permeância das ranhuras do estator e a onda fundamental de densidade linear de corrente, são dadas por [4, 22]:

$$B_{Nv} = -(k_{cl} - 1)^{g_1} \cdot \xi_{1N} \cdot B_p \quad (4.7)$$

Onde:

$k_{cl}$  = fator de Carter do estator.

$\xi_{1N}$  é chamado de fator de amplitude para as harmônicas de ranhura do estator e é dado por [4, 22]:

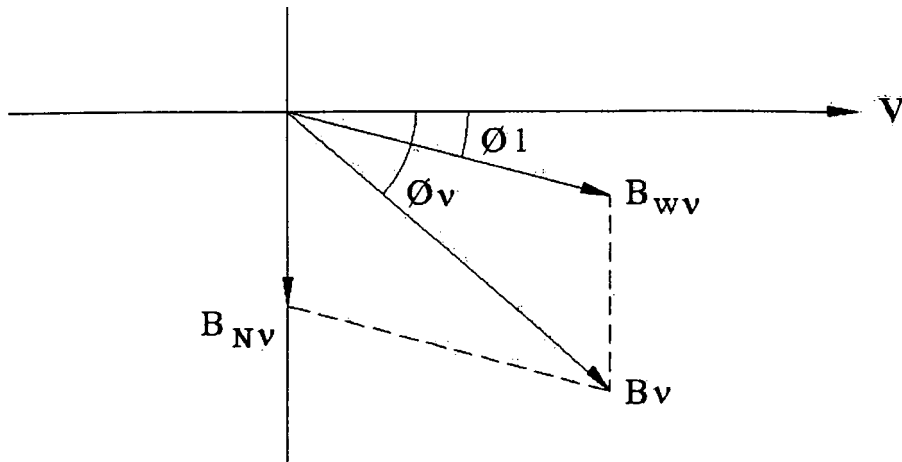
$$\xi_{1N} = \frac{\text{sen} \frac{g_1(k_{cl} - 1)\pi}{k_{cl}}}{\frac{g_1(k_{cl} - 1)\pi}{k_{cl}}} \quad (4.8)$$

As harmônicas de indução das ranhuras do estator estão  $90^\circ$  defasadas (atrasadas) em relação à tensão. O número de pares de pólos destas harmônicas é dado por:

$$\nu = p + g_1 N_1 \quad (4.9)$$

#### 4.1.4 Harmônicas de indução resultantes do estator - $B_v$

As harmônicas de enrolamento e de ranhuras do estator são representadas fasorialmente como segue:



**Figura 4.1 – Diagrama fasorial para as harmônicas de indução do estator**

Do diagrama fasorial mostrado na Figura 4.1, tem-se:

$$\vec{B}_v = \vec{B}_{wv} + \vec{B}_{Nv} \quad (4.10)$$

É importante salientar que as harmônicas de indução de ranhura e de enrolamento existem independentemente umas das outras. Assim, se o número de pares de pólos de uma determinada harmônica de indução de ranhura do estator for igual ao número de pares de pólos de uma harmônica de indução de enrolamento do estator, significa que existem duas harmônicas de indução com o mesmo número de pares de pólos porém, não necessariamente com a mesma amplitude e ângulo de fase. Na verdade, normalmente a harmônica de indução de ranhura do estator tem uma amplitude maior do que a harmônica de indução de enrolamento.

As harmônicas de indução do estator induzem correntes no rotor que, por sua vez, geram harmônicas de mesmo número de par de pólos e mesma frequência que se opõem às harmônicas do estator. Este efeito é caracterizado como um amortecimento das harmônicas do estator. A partir do circuito equivalente do motor de indução, determina-se um fator de amortecimento complexo  $a$  que reduz a amplitude das harmônicas do estator. Segundo SEINSCH [22] e JORDAN [4], este fator é determinado dividindo-se a impedância equivalente do circuito do motor pela reatância de dispersão do estator  $jX_l$ . Assim, as harmônicas de indução amortecidas do estator  $B_{av}$  são dadas por:

$$\vec{B}_{av} = \vec{a} \cdot \vec{B}_v \quad (4.11)$$

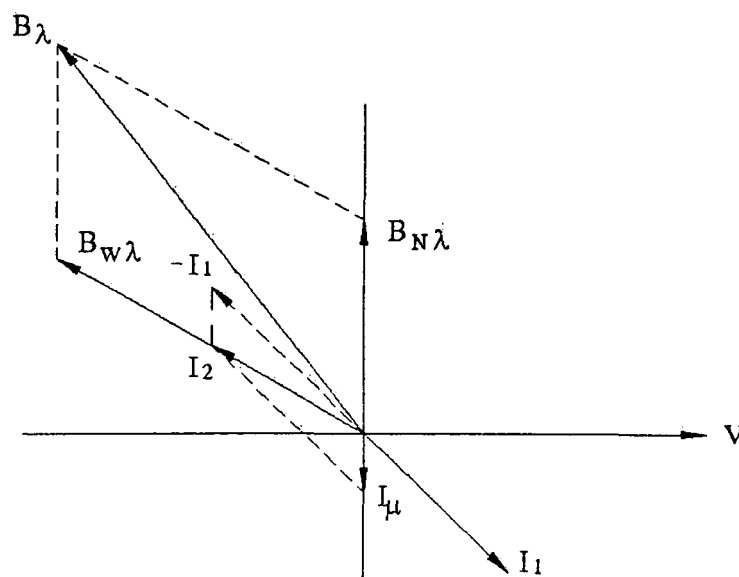
Como o fator de amortecimento é um número complexo, o ângulo associado a ele é somado ao ângulo das harmônicas de indução não amortecidas do estator para obter-se o ângulo das harmônicas de indução amortecidas, ou seja,  $\phi_{av} = \phi_a + \phi_v$ .

A frequência das ondas espaciais de indução (harmônicas) do estator é sempre igual à frequência da rede de alimentação. Assim, considera-se dois casos:

- Alimentação do motor diretamente pela rede elétrica:  $f_v = f$
- Alimentação do motor através de inversor de frequência. Neste caso, o inversor de frequência alimenta o motor com uma série de harmônicas de tensão. Cada harmônica tem uma frequência própria. O cálculo do ruído, portanto, deve levar em conta estas harmônicas individualmente, de modo que as frequências ficam:  $f_{v1} = f$ ,  $f_{v2} = -5f$ ,  $f_{v3} = 7f$ ,  $f_{v4} = -11f$ ,  $f_{v5} = 13f$  e assim por diante.

## 4.2 Cálculo das harmônicas de indução do rotor

Cada uma das harmônicas do estator não amortecidas  $B_v$  induz no rotor uma corrente  $I_{Rv}$  que é determinada a partir da corrente fundamental do rotor  $I_2$ . A Figura 4.2 mostra um diagrama fasorial [22] onde estão representadas as correntes no estator e a corrente do rotor referida ao estator, bem como as harmônicas de indução do rotor devido ao enrolamento, às ranhuras e total.



**Figura 4.2 – Diagrama fasorial para as correntes e harmônicas de indução do rotor**

Do diagrama fasorial da Figura 4.2, tem-se:

$I_1$  = corrente do estator [A]

$I_2$  = corrente do rotor referida ao estator [A]

$I_\mu$  = corrente de magnetização [A]

$B_{w\lambda}$  = harmônica de indução do rotor devido ao enrolamento (neste caso, barras) [T]

$B_{N\lambda}$  = harmônica de indução do rotor devido às ranhuras [T]

$B_\lambda$  = harmônica de indução do rotor resultante [T]

A corrente do rotor  $I_{R\nu}$ , induzida pela onda fundamental do estator ( $\nu = p$ ), vale [22]:

$$I_{R\nu} = \frac{3 W_1 f_{wl} \xi_{N\nu} I_2}{\pi p \xi_{s\nu} \xi_{k\nu}} \quad (4.12)$$

E tem o mesmo ângulo que a corrente fundamental do rotor  $I_2$ . Os fatores  $\xi_{N\nu}$ ,  $\xi_{s\nu}$  e  $\xi_{k\nu}$  significam, respectivamente, fator de abertura da saída da ranhura do estator, fator de inclinação das ranhuras e fator de ranhura do rotor segundo Taegen e estão apresentados nas equações (4.15), (4.16) e (4.17). Todos estes fatores são função da ordem da harmônica de indução do estator ( $\nu$ ). Para o caso específico da equação (4.12), os fatores citados são determinados para a onda fundamental de indução, ou seja, para  $\nu = p$ .

Para as harmônicas ( $\nu \neq p$ ), a corrente do rotor  $I_{R\nu}$  é dada por [22]:

$$I_{R\nu} = \frac{\delta_\nu \xi_{k\nu} \xi_{s\nu} s_\nu}{\mu_0 (1 + \delta_\nu) \sqrt{s_\nu^2 + \beta_\nu^2}} \cdot \frac{B_\nu}{\sqrt{2}} \quad (4.13)$$

Com o ângulo de fase correspondente dado por [22]:

$$\phi_{R\nu} = -\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{s_\nu}{\beta_\nu} + \phi_\nu \quad (4.14)$$

$\delta_\nu$ ,  $s_\nu$  e  $\beta_\nu$ , significam respectivamente:

$\delta_\nu$  é o entreferro magnético corrigido empiricamente para as harmônicas [m].

$s_\nu$  é o escorregamento para as harmônicas, dado por:  $s_\nu = 1 - \frac{\nu}{p}(1 - s)$

$\beta_\nu$  é a relação entre a resistência do anel de curto-circuito e a reatância do rotor.

Os fatores utilizados nas equações (4.12) e (4.13) são apresentados a seguir:

a)  $\xi_{Nv}$  é o fator de abertura da saída das ranhuras do estator [22]:

$$\xi_{Nv} = \frac{\text{sen}\left(\frac{vb_{01}}{D_1}\right)}{\frac{vb_{01}}{D_1}} \quad (4.15)$$

Onde  $b_{01}$  é a largura da abertura da ranhura do estator e  $D_1$  é o diâmetro interno do estator.

b)  $\xi_{sv}$  é o fator de inclinação das ranhuras [2, 22]:

$$\xi_{sv} = \frac{\text{sen}\left(v \frac{\gamma_s}{2}\right)}{v \frac{\gamma_s}{2}} \quad (4.16)$$

Onde  $\gamma_s$  é o ângulo de inclinação das ranhuras tomado em relação à circunferência do pacote de chapas.

c)  $\xi_{kv}$  é o fator de ranhura do rotor segundo Taegen [22]:

$$\xi_{kv} = \frac{\text{sen}\left(\frac{v \pi k_T}{N_2}\right)}{\frac{v \pi k_T}{N_2}} \quad (4.17)$$

Onde  $k_T = 1 - \frac{b_{02}}{t_{n2}}$  é o fator de Taegen e  $t_{n2}$  é o passo das ranhuras do rotor. O fator de Taegen considera a influência da abertura de saída das ranhuras do rotor sobre as harmônicas de indução.

#### 4.2.1 Harmônicas de indução do enrolamento do rotor - $B_{w\lambda}$

Cada uma das correntes do rotor  $I_{Rv}$  gera harmônicas de enrolamento  $B_{w\lambda}$  que são dadas por [22]:

$$B_{w\lambda} = (-1)^{g_2} \frac{\mu_0}{\delta_v} \frac{v}{\lambda} \xi_{N\lambda} \xi_{kvw} I_{Rv} \sqrt{2} \quad (4.18)$$



$\xi_{kv}$  o fator de ranhuras para as harmônicas de enrolamento do rotor e vale [4, 22]:

$$\xi_{kv} = \frac{\frac{\text{sen}\left(\frac{v\pi}{N_2}\right)}{v\pi}}{N_2} \quad (4.19)$$

$\xi_{N\lambda}$  é o fator de abertura da saída das ranhuras do rotor para o cálculo das harmônicas de indução do enrolamento do rotor e vale [22]:

$$\xi_{N\lambda} = \frac{\frac{\text{sen}\left(\frac{\lambda b_{02}}{D_{e2}}\right)}{\lambda b_{02}}}{D_{e2}} \quad (4.20)$$

Onde  $b_{02}$  é a largura da abertura da ranhura do rotor e  $D_{e2}$  é o diâmetro externo do rotor.

As harmônicas do enrolamento têm o mesmo ângulo de fase das harmônicas de corrente  $I_{Rv}$ . O número de pares de pólos é dado por:

$$\lambda = v + g_2 N_2 \quad (4.21)$$

E a frequência por:

$$f_\lambda = f + \frac{g_2 N_2}{p} (1-s)f \quad (4.22)$$

#### 4.2.2 Harmônicas de indução das ranhuras do rotor - $B_{N\lambda}$

Para cada harmônica do estator amortecida, de acordo com JORDAN [4] e SEINSCH [22], são calculadas harmônicas de ranhura do rotor segundo a seguinte expressão:

$$B_{N\lambda} = -(-1)^{g_2} (k_{c2} - 1) \xi_{2N} \xi_{s\lambda} B_{av} \quad (4.23)$$

$\xi_{s\lambda}$  é o fator de inclinação para as ranhuras do rotor e é calculado substituindo-se  $v$  por  $\lambda$  na equação (4.16).

$\xi_{2N}$  é chamado de fator de amplitude para as harmônicas de ranhura do rotor e é dado por [22]:

$$\xi_{2N} = \frac{\frac{\sin \frac{g_2(k_{c2}-1)\pi}{k_{c2}}}{g_2(k_{c2}-1)\pi}}{k_{c2}} \quad (4.24)$$

Estas harmônicas apresentam o mesmo ângulo de fase das harmônicas do estator amortecidas. Os números de pares de pólos e as frequências são as mesmas apresentadas nas equações (4.21) e (4.22).

#### 4.2.3 Harmônicas de indução do rotor resultantes - $B_\lambda$

Conforme mostrado no diagrama fasorial da Figura 4.2, a amplitude resultante das harmônicas do rotor é determinada através da soma geométrica das harmônicas de indução do enrolamento e das ranhuras. Logo:

$$\vec{B}_\lambda = \vec{B}_{w\lambda} + \vec{B}_{N\lambda} \quad (4.25)$$

De modo análogo às harmônicas do estator, as harmônicas do enrolamento do rotor têm o mesmo sentido da corrente  $I_{Rv}$  e as harmônicas de ranhura do rotor, o de  $B_{av}$ .

### 4.3 Cálculo das harmônicas de indução de saturação

A teoria sobre as harmônicas de indução devido à saturação já foi apresentada no subcapítulo 2.9.4. Neste subcapítulo, serão relacionadas as equações que determinam tais harmônicas.

#### 4.3.1 Onda de Indução Fundamental de Saturação

A onda fundamental de saturação do estator é calculada, segundo Seinsch [22], multiplicando-se a amplitude da onda fundamental de indução no estator  $B_p$ , por um fator empírico que considera a força magneto-motriz nos dentes e coroas do estator e rotor. Ou seja:

$$B_{3p} = \frac{F_{d1} + F_{d2}}{F_l + 3(F_\delta + F_{c1} + F_{c2})} B_p \quad (4.26)$$

Onde:  $F_{d1}$  e  $F_{d2}$  são as forças magneto-motriz nos dentes do estator e do rotor, respectivamente.

$F_{c1}$  e  $F_{c2}$  são as forças magneto-motrizs nas coroas do estator e do rotor, respectivamente [A].

$F_\delta$  é a força magneto-motriz do entreferro [A].

$F_t$  é a força magneto-motriz total no entreferro [A].

A onda de indução  $B_{3p}$  induz no rotor de gaiola uma corrente que cria um campo de oposição a ela mesma. Este efeito é considerado através do fator de amortecimento  $a_s$ , para a onda fundamental de saturação. Logo, a onda fundamental de indução de saturação amortecida, fica:

$$B_{sa} = a_s \cdot B_{3p} \quad (4.27)$$

O ângulo de fase também fica modificado, já que o fator de amortecimento  $a_s$  é um número complexo. O número de pares de pólos é  $\nu_s = 3p$ . As harmônicas de indução do estator devido à saturação diferentes de  $\nu_s = 3p$  são insignificantes para a geração do ruído magnético e, portanto, podem ser desprezadas.

A frequência da onda de indução fundamental de saturação é três vezes a frequência da tensão de alimentação. Assim:

$$f_s = 3 \cdot f \quad (4.28)$$

#### 4.3.2 Onda de Indução de Saturação do Rotor

A harmônica de indução fundamental do estator  $B_{3p}$  gera harmônicas de indução no rotor devido ao enrolamento ( $B_{w\lambda_s}$ ) e às ranhuras ( $B_{N\lambda_s}$ ) dadas por:

$$B_{w\lambda_s} = (-1)^{g_s} \frac{3p}{\lambda_s} b_s B_{3p} \quad (4.29)$$

onde  $b_s$  é um fator que depende dos fatores de inclinação e de ranhuras para a harmônica de saturação, e:

$$B_{N\lambda_s} = \frac{(-1)^{g_s} \xi_{2N} \cdot \delta \cdot k_{c2} \cdot B_{sa}}{\delta_v} \quad (4.30)$$

As ondas de indução de saturação do rotor resultantes  $B_{\lambda_s}$  são dadas pela soma vetorial de  $B_{w\lambda_s}$  e  $B_{N\lambda_s}$ , ou seja:

$$\bar{B}_{\lambda_s} = \bar{B}_{w\lambda_s} + \bar{B}_{N\lambda_s} \quad (4.31)$$

O número de pares de pólos de  $B_{\lambda_s}$  é:

$$\lambda_s = 3p + g_s N_2 \quad g_s = \pm 1, \pm 2, \pm 3... \quad (4.32)$$

A frequência da onda de indução de saturação do rotor resultante é como segue:

$$f_{\lambda_s} = 3f + \frac{g_s N_2}{p} (1-s)f \quad (4.33)$$

De um modo geral, as harmônicas de indução devido à saturação não têm muita influência sobre o ruído magnético total de uma máquina elétrica. O fenômeno mais importante relacionado com a saturação é que ela aumenta a corrente do motor, o que faz aumentar as harmônicas de indução devido aos enrolamentos do estator e do rotor.

#### 4.4 Cálculo das harmônicas de indução de excentricidade

As harmônicas de indução de excentricidade são calculadas de modo semelhante às harmônicas de indução de saturação. Aqui também serão determinadas apenas as harmônicas de excentricidade do estator para  $\nu_e = p \pm 1$ , que é chamada de onda fundamental de excentricidade, já apresentada no subcapítulo 2.9.5. As demais harmônicas de indução de excentricidade contribuem muito pouco para a geração do ruído e, portanto, podem ser desconsideradas.

##### 4.4.1 Onda de Indução Fundamental de Excentricidade

De acordo com as equações (2.47), (2.45) e (2.38), a onda de indução fundamental de excentricidade é dada por:

$$B_e = B_p \frac{\varepsilon_r}{2} \quad (4.34)$$

Onde  $\varepsilon_r$  é a excentricidade relativa do rotor, ou seja, a distância entre o centro do estator e o centro do rotor dividida pelo entreferro  $\left( \varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\delta} \right)$ .

A onda de indução  $B_e$  induz no rotor de gaiola uma corrente que cria um campo de oposição a ela mesma. Este efeito é considerado através do fator amortecimento  $a_e$  para a onda fundamental de excentricidade. Logo, a onda fundamental de indução de excentricidade amortecida, fica:

$$B_{\varepsilon a} = a_e \cdot B_e \quad (4.35)$$

O ângulo de fase também fica modificado, pois o fator de amortecimento  $a_e$  é um número complexo. O número de pares de pólos é  $\nu_e = p \pm 1$ . Conforme a equação (2.47), as harmônicas de indução devido à excentricidade, tanto para  $\nu_e = p + 1$  como para  $\nu_e = p - 1$  têm a mesma amplitude.

Quanto à frequência da onda de indução fundamental de excentricidade, deve-se considerar duas possibilidades: excentricidade estática e excentricidade dinâmica. No caso de excentricidade estática, ou seja, quando o rotor está deslocado em relação ao estator, porém seu centro geométrico é o centro de rotação – neste caso os valores mínimos e máximos do entreferro se mantêm fixos ao longo do seu perímetro – a frequência é a própria frequência da rede, ou seja:

$$f_e = f \quad (4.36)$$

No caso de excentricidade dinâmica, ou seja, quando o centro de rotação do rotor coincide com o centro do estator porém não é o seu centro geométrico – neste caso os valores mínimos e máximos do entreferro se deslocam ao longo do seu perímetro – a frequência é dada por:

$$f_e = f \pm \frac{f}{p}(1-s) \quad (4.37)$$

#### **4.4.2 Onda de indução de excentricidade do rotor**

As ondas de indução de excentricidade do rotor que interessam para o cálculo do ruído magnético são aquelas geradas pela onda fundamental de excentricidade cujo número de pares de pólos é  $p + 1$  e  $p - 1$ . Estas ondas geram harmônicas de indução no rotor devido ao enrolamento ( $B_{w\lambda e}$ ) e às ranhuras ( $B_{N\lambda e}$ ) dadas por:



$$B_{w\lambda\varepsilon} = (-1)^{g_\varepsilon} \frac{p \pm 1}{\lambda_\varepsilon} b_\varepsilon B_\varepsilon \quad (4.38)$$

Onde  $b_\varepsilon$  é um fator que depende dos fatores de inclinação e de ranhuras para a harmônica de excentricidade.

$$B_{N\lambda\varepsilon} = \frac{(-1)^{g_\varepsilon} \xi_{2N} \cdot \delta \cdot k_{c2} \cdot B_{\varepsilon a}}{\delta_v} \quad (4.39)$$

As ondas de indução de excentricidade do rotor resultantes  $B_{\lambda\varepsilon}$  são dadas pela soma vetorial de  $B_{w\lambda\varepsilon}$  e  $B_{N\lambda\varepsilon}$ , ou seja:

$$\bar{B}_{\lambda\varepsilon} = \bar{B}_{w\lambda\varepsilon} + \bar{B}_{N\lambda\varepsilon} \quad (4.40)$$

Os pares de pólos das ondas de indução de excentricidade do rotor resultantes  $B_{\lambda\varepsilon}$  são:

$$\lambda_\varepsilon = p \pm 1 + g_\varepsilon N_2 \quad g_\varepsilon = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (4.41)$$

A frequência da onda de indução de excentricidade do rotor resultante é [4, 22]:

a) Para excentricidade estática

$$f_{\lambda\varepsilon} = f + \frac{g_\varepsilon N_2}{p} (1-s)f \quad (4.42)$$

b) Para excentricidade dinâmica

$$f_{\lambda\varepsilon} = f + \frac{(g_\varepsilon N_2 \pm 1)}{p} (1-s)f \quad (4.43)$$

As harmônicas de indução devido à excentricidade são particularmente importantes em motores com pequenos entreferros. Por exemplo, em motores com entreferros menores do que 0,5mm, pequenos desvios no processo de fabricação do motor, especialmente na usinagem do encaixe das tampas, assento do rolamento e até mesmo a própria usinagem da superfície do rotor, podem causar uma elevada excentricidade, chegando a até 50% do entreferro. Nestes casos, o ruído sonoro devido à excentricidade é pronunciado.

## 5. DESCRIÇÃO DO PROGRAMA DE CÁLCULO

O programa de cálculo de ruído magnético foi desenvolvido para que pudesse ser uma ferramenta complementar de análise do projetista de motores elétricos. Dentro deste enfoque, ele aproveita o programa de cálculo do motor de indução trifásico chamado MIT já existente na WEG, onde grandezas como parâmetros geométricos, dados de enrolamento, induções e correntes fundamentais já estão contemplados. O programa de ruído usa, então, como dados de entrada, alguns dados de saída do programa MIT e outros específicos para o cálculo do ruído.

Fundamentalmente, o programa de ruído calcula três conjuntos de parâmetros importantes: as frequências naturais do estator, as harmônicas de indução e as deformações. A partir das amplitudes, frequências e modos de vibração das ondas de deformação, são determinados os níveis de potência sonora. Porém, um dos objetivos do programa de cálculo do ruído magnético é permitir a identificação da causa do ruído. Desta forma, as deformações são calculadas separadamente em função da causa que as gerou, da seguinte forma:

1. Deformação devido exclusivamente às harmônicas de indução do estator.
2. Deformação devido à combinação das harmônicas de indução do estator com as do rotor.
3. Deformação devido à combinação das harmônicas de indução do estator com as harmônicas de indução de saturação do rotor.
4. Deformação devido à combinação das harmônicas de indução do rotor gerados pela fundamental com as harmônicas de indução de saturação do estator.
5. Deformação devido à combinação das harmônicas de indução do estator com as harmônicas de indução de excentricidade estática e dinâmica do rotor.
6. Deformação devido à combinação das harmônicas de indução do rotor gerados pela fundamental com as harmônicas de indução de excentricidade estática e dinâmica do estator.

Para cada uma destas deformações são calculados os correspondentes níveis de potência sonora. Estas seis causas são ainda agrupadas em três, resultando:

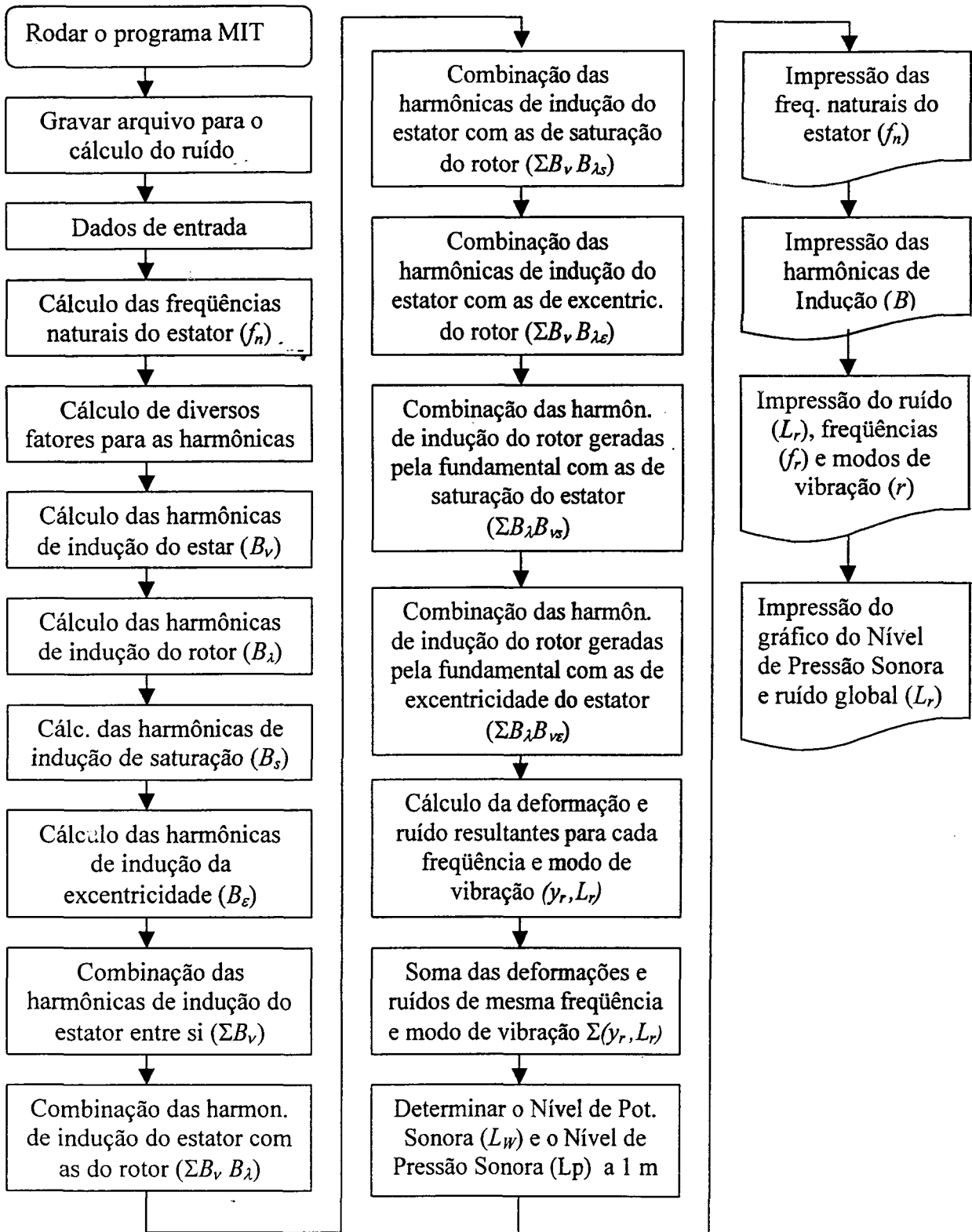
- a) deformação devido às harmônicas de indução do enrolamento e das ranhuras (causas 1 e 2).
- b) deformação devido às harmônicas de indução da saturação (causas 3 e 4).
- c) deformação devido às harmônicas de indução da excentricidade (causas 5 e 6).

As deformações para os grupos a), b) e c) são somadas geometricamente dentro de cada grupo para frequências iguais e modos de vibração iguais. A partir desta amplitude resultante é determinado o ruído resultante para cada grupo para cada frequência e modo de vibração.

Para os casos em que as deformações resultantes dos grupos a), b) e c) possuem as mesmas frequências e mesmos modos de vibração, soma-se ainda vetorialmente as amplitudes das deformações do grupo a) e b). Como os ângulos de fase das deformações do grupo c) não são conhecidos (a excentricidade pode ocorrer em qualquer posição), estas são somadas aritmeticamente às outras duas, ou seja, considera-se a excentricidade no mesmo sentido das demais deformações – o que é o pior caso. Após determinadas as amplitudes de vibração resultantes, pode-se calcular o nível de pressão sonora resultante para cada frequência e modo de vibração. Finalmente, o ruído global (considerando-se as diversas frequências) é determinado através de uma soma logarítmica dos níveis de pressão sonora individuais já referidos à escala A, conforme equação (2.113) apresentada no capítulo 2.

Para ilustrar a sequência dos cálculos, a seguir é apresentado o macrofluxograma para o cálculo do ruído magnético nos motores de indução trifásicos:

### Macrofluxograma do programa de cálculo do ruído magnético



## 6. ANÁLISE EXPERIMENTAL

### 6.1 Motores Ensaaiados – Resultados

Para validar o procedimento de cálculo descrito nos capítulos precedentes foram ensaiados dois conjuntos de motores. O primeiro conjunto era composto por cinco motores de indução trifásicos, cujos parâmetros principais estão descritos a seguir:

Motor 1: 1cv/8pólos – 220/380V – 60Hz – Carcaça ABNT 90L -  $N1/N2 = 36/44$

Motor 2: 3cv/4pólos – 220/380V – 60Hz – Carcaça ABNT 90L -  $N1/N2 = 36/44$

Motor 3: 5cv/8pólos – 440V – 60Hz – Carcaça ABNT 160L -  $N1/N2 = 48/54$

Motor 4: 7,5cv/4pólos – 220/380V – 60Hz – Carcaça ABNT 112M -  $N1/N2 = 36/44$

Motor 5: 7,5cv/6pólos – 460V – 60Hz – Carcaça ABNT 160M -  $N1/N2 = 72/56$

$N1$  e  $N2$  são, respectivamente, o número de ranhuras do estator e do rotor.

Para cada um destes motores foram fabricados dois rotores: um com a inclinação das ranhuras igual a um passo de ranhura do estator e outro sem inclinação das ranhuras. Desta forma, pôde-se verificar a importância de se inclinar as ranhuras do rotor. Não foram realizados, no entanto, ensaios para outras inclinações, de modo que o valor ótimo de inclinação não foi determinado, por não tratar-se do objetivo desta dissertação. Isto fica como sugestão para futuros trabalhos. O ruído destes motores foi medido em Nível de Pressão Sonora em decibéis na escala A, ou seja, dB(A), a um metro de distância da superfície externa das carcaças dos motores em quatro pontos: na parte traseira do motor, na dianteira, em frente à caixa de ligação e no lado oposto ao da caixa de ligação. O ponto de maior ruído foi escolhido para a obtenção do espectro. Como o ruído magnético é gerado pelas vibrações radiais do pacote de chapas do estator, o ponto de maior ruído ocorreu sempre na posição radial ao estator. Os motores foram ensaiados em vazio, sem ventilador, em câmara acústica semi-reverberante e alimentados com tensão e frequência nominais. Os espectros de ruído podem ser encontrados no Anexo I.

A partir do espectro de ruído para cada motor, foram identificadas as frequências mais significativas do ruído de origem magnética, ou seja, aquelas de maior Nível de Pressão Sonora. Estes Níveis de Pressão Sonora em dB(A) a um metro de distância do motor, obtidos nos ensaios, comparados com o cálculo, estão apresentados nos gráficos das Figuras 6.1 a 6.5.



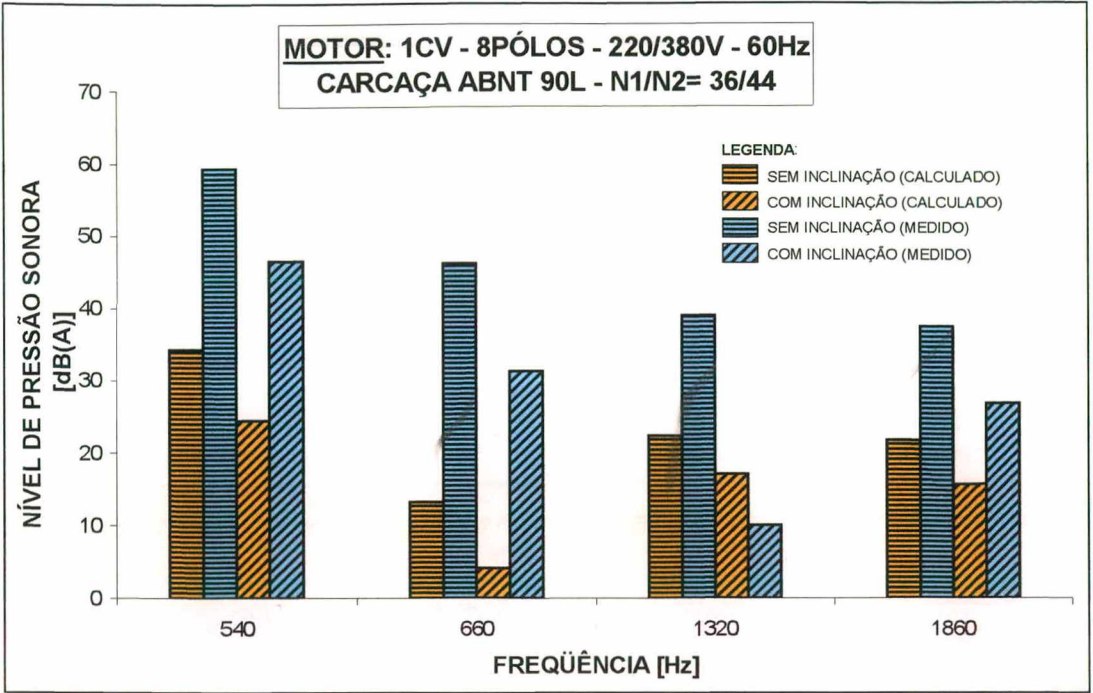


Figura 6.1 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 1cv/8 pólos

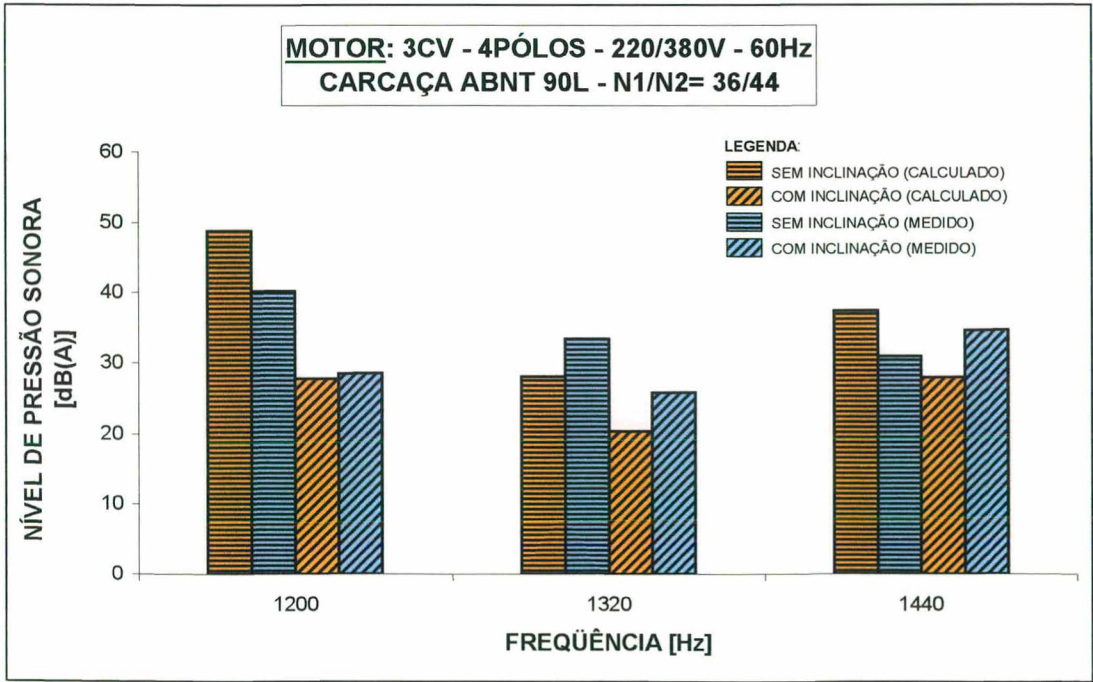


Figura 6.2 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 3cv/4 pólos

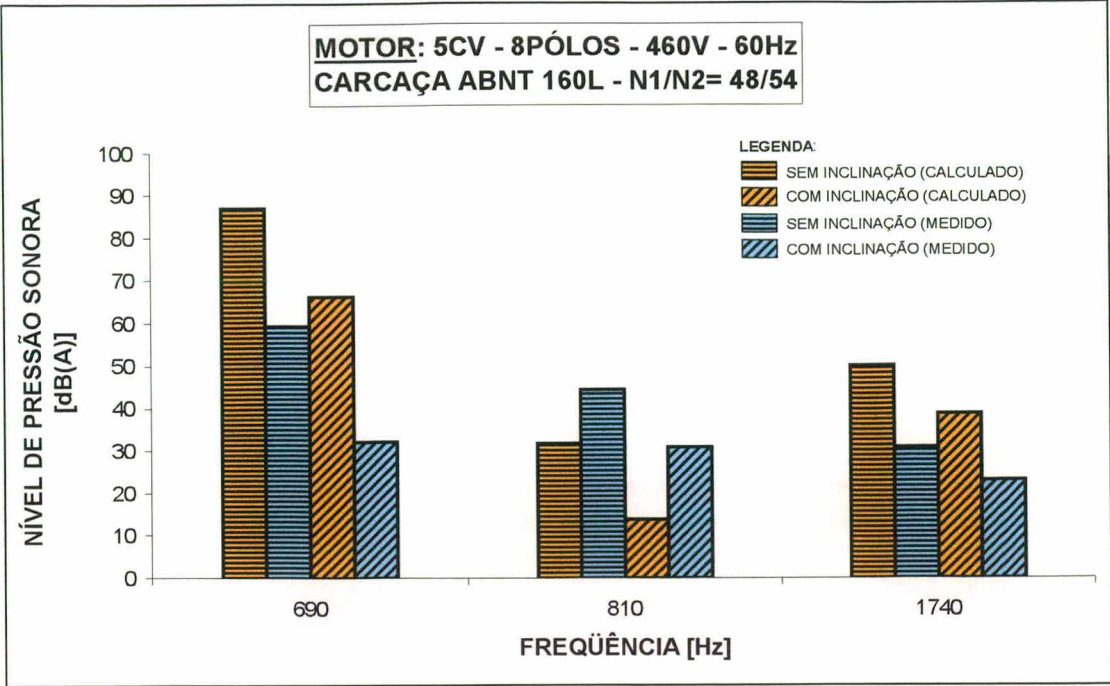


Figura 6.3 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 5cv/8 pólos

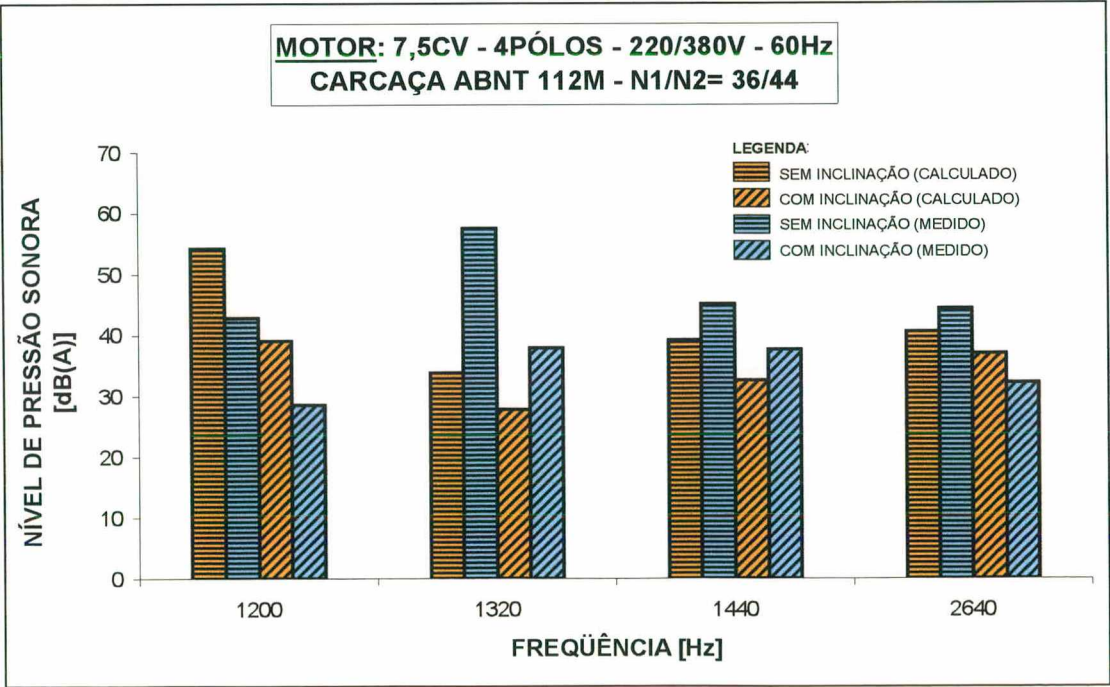
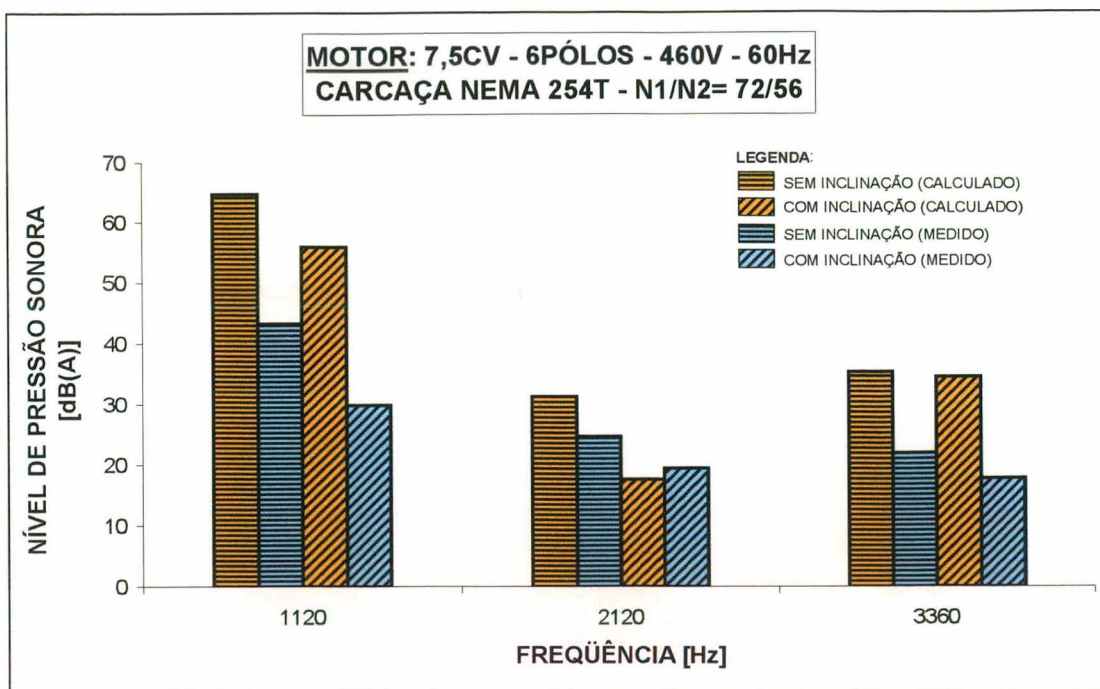


Figura 6.4 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 7,5cv/4 pólos



**Figura 6.5 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 7,5cv/6 pólos**

O segundo conjunto de motores era composto também por cinco motores de potências maiores do que as do primeiro conjunto. Neste caso, os motores foram ensaiados apenas com os seus rotores originais, ou seja, com a inclinação de um passo de ranhura do estator. Os motores ensaiados foram os seguintes:

Motor 6: 5cv/8pólos – 220/380V – 60Hz – Carcaça ABNT 132M - N1/N2 = 36/44

Motor 7: 7,5cv/8pólos – 220/380V – 60Hz – Carcaça ABNT 160M - N1/N2 = 72/60

Motor 8: 10cv/6pólos – 220/380V – 60Hz – Carcaça ABNT 132M - N1/N2 = 36/40

Motor 9: 15cv/6pólos – 220/380V – 60Hz – Carcaça ABNT 160M - N1/N2 = 72/60

Motor 10: 20cv/4pólos – 220/380V – 60Hz – Carcaça ABNT 160M - N1/N2 = 48/40

Os motores do segundo conjunto foram ensaiados de forma idêntica aos motores do primeiro conjunto, exceto pela frequência e tensão. Quando foram realizados os ensaios deste segundo conjunto de motores, a rede de 60Hz do Laboratório apresentava um significativo conteúdo harmônico devido a diversas cargas não lineares. Para evitar qualquer interferência indesejável nos resultados dos ensaios, tais motores foram alimentados através de um gerador independente de 50Hz com a tensão proporcional para manter o fluxo magnético constante. Os Níveis de Pressão Sonora em dB(A) destes cinco motores em comparação com os valores calculados estão apresentados nos gráficos das Figuras 6.6 a 6.10 a seguir:



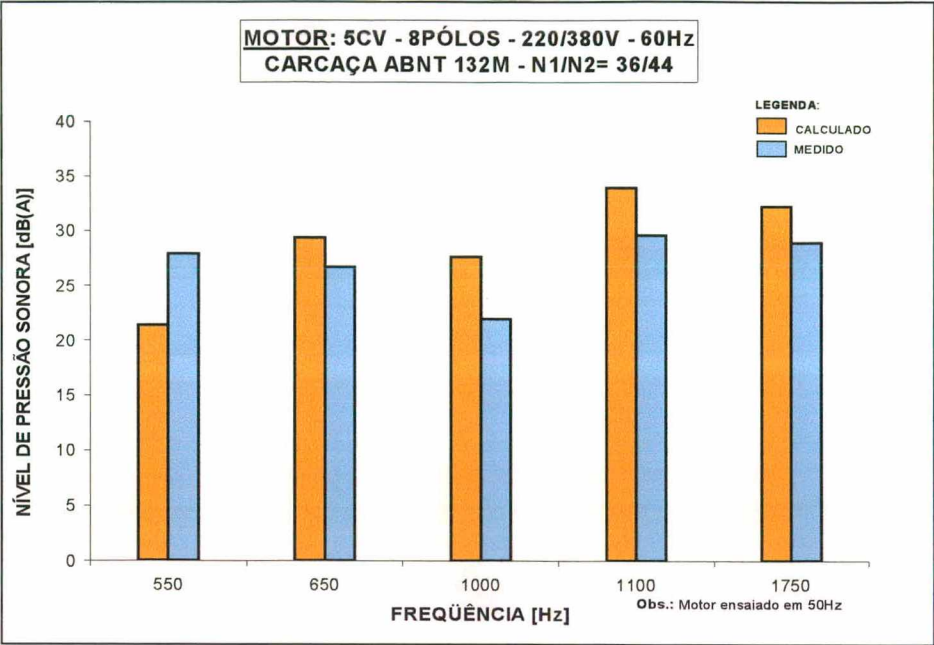


Figura 6.6 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 5cv/8 pólos

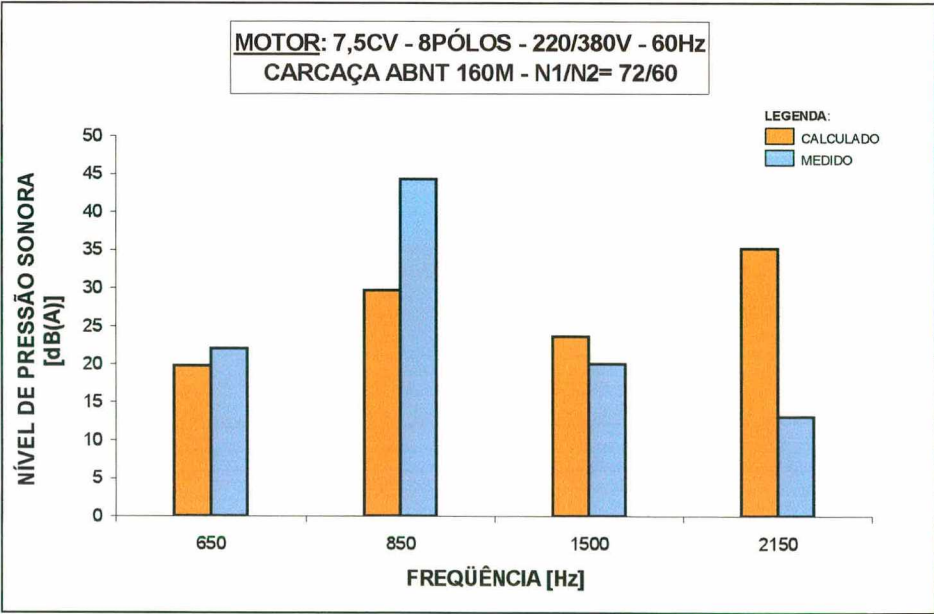


Figura 6.7 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 7,5cv/8 pólos

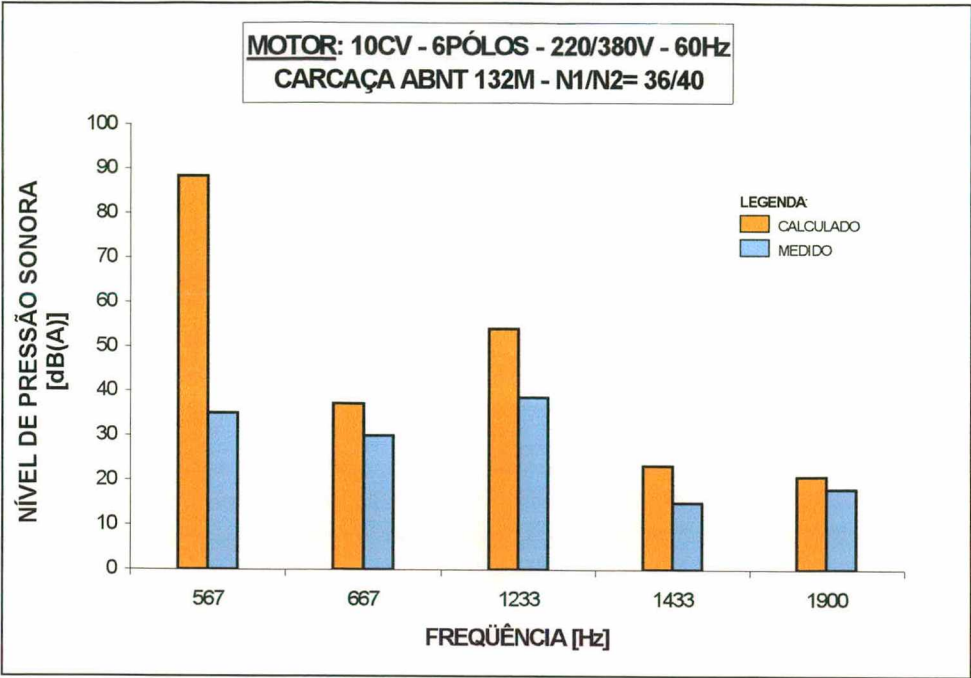


Figura 6.8 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 10cv/6 pólos

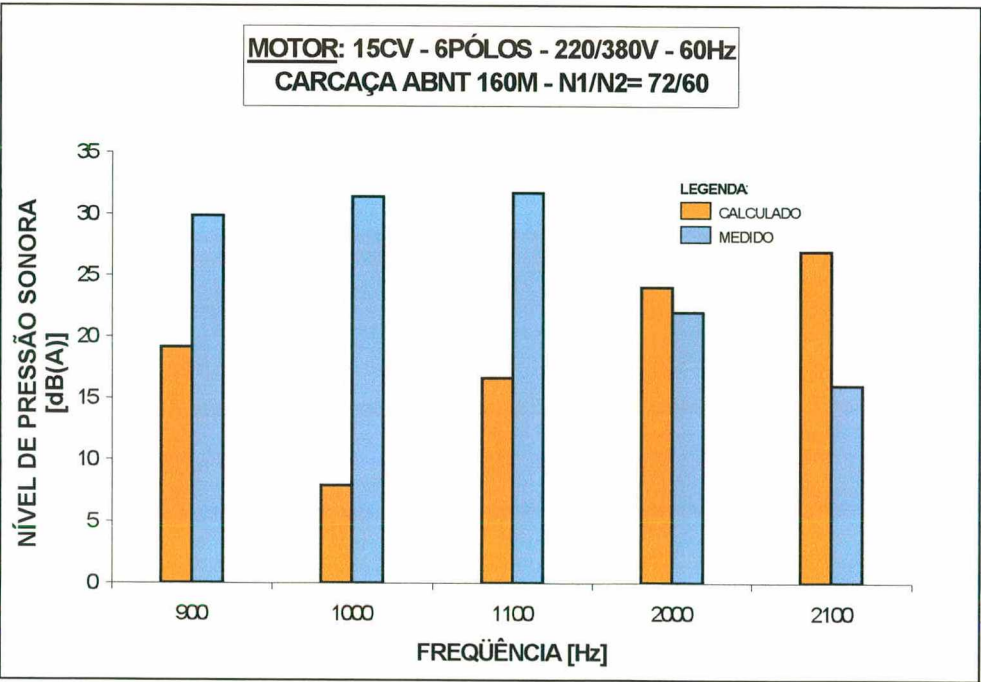
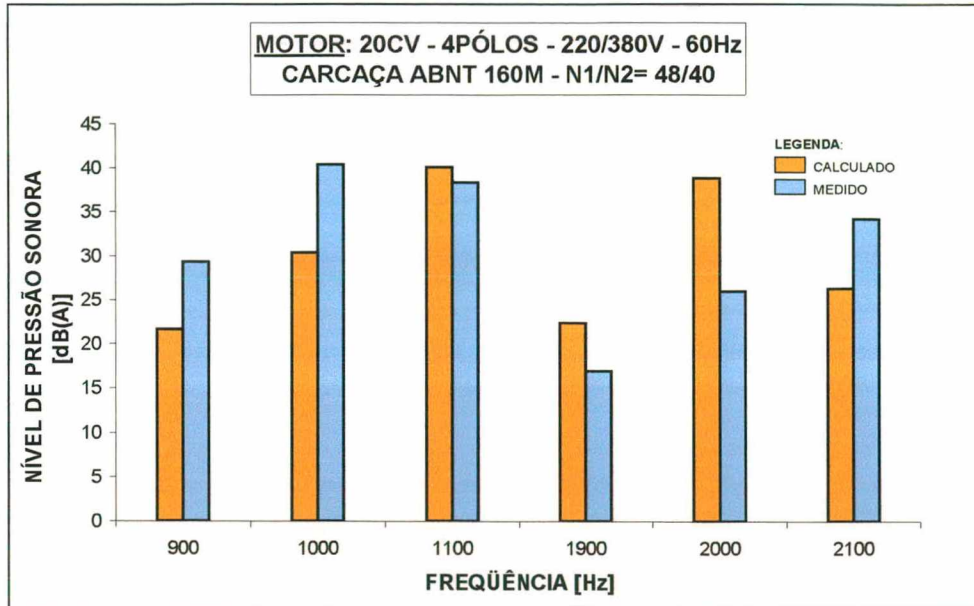


Figura 6.9 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 15cv/6 pólos





**Figura 6.10 – Comparação entre os Níveis de Pressão Sonora do motor de 20cv/4 pólos**

## 6.2 Análise dos Resultados

Como o objetivo desta dissertação é desenvolver uma metodologia para a determinação do ruído de origem magnética dos motores de indução trifásicos, serão analisadas a partir dos espectros de Nível de Pressão Sonora apenas as frequências cuja causa é reconhecidamente de natureza magnética. Assim, analisando-se os gráficos das Figuras 6.1 a 6.10 percebe-se uma boa concordância entre os Níveis de Pressão Sonora medidos e calculados para a maioria das frequências.

Como era esperado, os ruídos de maior intensidade foram aqueles originados pela combinação das harmônicas de indução do rotor com as do estator, caracterizados pela frequência  $f_r = \frac{g_2 N_2 (1-s)}{p} \cdot f + f \pm f$ . Estas foram as frequências selecionadas para a análise, cujos resultados estão apresentados nos gráficos das Figuras 6.1 a 6.10. As frequências devido à combinação das harmônicas de excentricidade ou de saturação do rotor com as harmônicas do estator (de enrolamento ou de ranhuras) apresentaram ruídos de baixas amplitudes e, portanto, não foram selecionadas para a análise. Na verdade, as harmônicas de excentricidade e saturação são mais importantes para motores de indução monofásicos, onde a excentricidade relativa pode ser elevada e os motores trabalham normalmente saturados.

Uma análise mais detalhada das principais frequências apresentadas no espectro de ruído de cada motor em comparação com os modos de vibração calculados para estas frequências mostra que a combinação das harmônicas de indução das ranhuras do estator com as do rotor é a principal causa do ruído magnético. As forças devido à combinação entre as harmônicas de indução das ranhuras do estator e do rotor geram deformações com baixos modos de vibração, para os quais o pacote de chapas do estator não é tão rígido e, portanto, vibra com facilidade.

Analisando-se os motores com ranhuras do rotor inclinadas (Figuras 6.1 a 6.5), percebe-se que, de um modo geral, houve uma redução do ruído para o caso das ranhuras inclinadas. Este comportamento comprova a redução na concatenação de fluxo entre estator e rotor para as harmônicas e a pouca influência das frequências naturais de torção do pacote de chapas do estator sobre o ruído magnético para motores pequenos.

De acordo com a teoria apresentada no capítulo 2, o ruído magnético devido exclusivamente à onda de indução fundamental apresenta a frequência igual ao dobro da frequência da tensão de alimentação. Embora esteja sempre presente, este ruído não é significativo e, por isso, nem foi analisado. Duas razões contribuem para isso: a primeira é a grande atenuação causada pelo ouvido humano nesta frequência; a segunda é a própria resposta do estator a excitações em baixa frequência. Embora a amplitude de deformação seja elevada, o Nível de Pressão Sonora é pequeno. Para as frequências próximas a 120Hz ou menores, apenas o nível de vibração é importante. Quanto à inclinação das ranhuras, tanto os resultados de ensaio quanto de cálculo mostraram que ela não exerce qualquer influência sobre o ruído magnético para a frequência igual ao dobro da rede. Comprova-se, portanto, que a onda fundamental de indução não é afetada pela inclinação das barras do rotor.

Para reduzir o ruído gerado pelas harmônicas de indução devido às ranhuras do estator e do rotor, é importante ter-se uma inclinação das ranhuras do rotor que elimine ou reduza ao máximo a primeira ou a segunda harmônica de ranhuras do rotor. Como regra geral, uma inclinação das ranhuras do rotor equivalente a um passo de ranhura do estator é uma boa solução para a maioria dos casos. No entanto, deve-se, através da metodologia apresentada nesta dissertação, identificar a real causa do ruído magnético e fazer a inclinação do rotor mais adequada para eliminar a causa do ruído.

Embora os resultados de cálculo tenham se mostrado coerentes com aqueles ensaiados, algumas frequências apresentaram distorções significativas. O cálculo do ruído

magnético envolve muitos fatores geométricos que são dependentes do processo de fabricação e que, por isso, são muito difíceis de serem considerados na simulação. Embora o motor tenha sido ensaiado sem o ventilador, outras fontes geradoras de ruído ou amplificadoras do ruído magnético estão envolvidas, tais como as aletas axiais do rotor; excentricidades; bolhas ou trincas nas barras do rotor que causam assimetria de fluxo; correntes transversais nas barras; desequilíbrio e assimetria da tensão de alimentação; defeitos nos rolamentos; problemas de encaixe e de fixação das partes do motor; partes do motor em ressonância etc. Desse modo, é difícil evidenciar todas as frequências envolvidas no espectro de ruído, imputando-lhes as respectivas causas.

## 7. CONCLUSÃO

O cálculo do ruído de origem magnética em motores de indução, conforme apresentado nesta dissertação, apresenta razoáveis resultados quantitativos e bons resultados qualitativos. A análise quantitativa é prejudicada pelas hipóteses simplificadoras necessárias para a realização do cálculo. A metodologia de cálculo apresentada não leva em consideração o efeito atenuador ou amplificador da carcaça e de outras partes da máquina. O cálculo do ruído é realizado considerando-se o pacote de chapas do estator livre. Variações de natureza mecânica também são causas de difícil avaliação e mensuração. Por exemplo, se houver alguma parte ou componente do motor livre (solta), sujeita a vibrações tais como parafusos, caixa de ligação, bobinas mal impregnadas, chapas soltas, folgas axiais e radiais no rolamento, com certeza haverá um aumento no ruído sem que o cálculo preveja. Por outro lado, muitas frequências de origem mecânica apresentam os mesmos valores que as de origem eletromagnética, dificultando a análise das causas separadamente.

Entretanto, esta metodologia de cálculo fornece resultados muito úteis na avaliação do ruído magnético de motores de indução. O cálculo das frequências do ruído magnético é exato. Se, através do cálculo, o máximo ruído ocorrer para uma determinada frequência, esta condição certamente será confirmada no ensaio, apesar de poder ter uma amplitude diferente daquela calculada. Portanto, o cálculo do ruído magnético deve ser usado com o objetivo principal de se otimizar o projeto do motor, buscando menores níveis de pressão sonora, não somente objetivando prevê-los.

O ruído magnético depende significativamente da inclinação das ranhuras do rotor. O cálculo do ruído em dB(A) e a 1 metro de distância da fonte permite uma comparação direta do cálculo com o ensaio. Deve-se ter, porém, o cuidado de comparar os ruídos para a mesma condição de carga. Ou seja, no ensaio de ruído na câmara acústica semi-reverberante, o motor elétrico está sempre em vazio, condição na qual o ruído magnético é sempre menor do que quando o motor está em carga. Percebe-se, portanto, que o cálculo do ruído magnético é útil para prever o comportamento acústico do motor em carga, situação real em que ele irá operar.

O estudo do ruído magnético permite uma visão "microscópica" do motor elétrico, ou seja, permite uma visão interna do funcionamento da máquina, não somente o

conhecimento de suas características "exteriores", mas, principalmente, o conhecimento das grandezas que determinam os parâmetros de operação exigidos pela aplicação.

Finalmente, mas não menos importante, é necessário dizer que a determinação do ruído sonoro de origem magnética é importante na fase de projeto do motor, onde as características deste podem ser mudadas com um custo relativamente baixo. Depois de o motor fabricado, muito pouco se pode fazer para baixar o nível de ruído a um custo reduzido. Daí a importância do uso desta ferramenta de análise para os projetistas de motores elétricos.

## **7.1 Sugestões para trabalhos futuros**

Vários temas não puderam ser abordados nesta dissertação mas merecem ser melhor estudados, de modo a poder-se aumentar a qualidade dos resultados e tornar a metodologia de cálculo mais genérica. Dentre os mais relevantes, merecem destaque os seguintes:

1. Determinar a influência do processo de fabricação no ruído magnético, especialmente a inclinação das ranhuras do rotor e a excentricidade.
2. Desenvolver um procedimento de cálculo que considere a geometria real do conjunto estator-carcaça na determinação das suas frequências naturais de flexão e de torção, provavelmente através de um método de elementos finitos.
3. Desenvolver uma metodologia genérica de cálculo das harmônicas de indução para qualquer tipo de enrolamento e para qualquer geometria das ranhuras do estator e do rotor.
4. Desenvolver uma metodologia genérica para o cálculo das forças e da deformação do estator, considerando o efeito da carcaça.
5. Considerar no cálculo do ruído magnético, a modulação na força transmitida à coroa do estator causada pelos dentes do estator.
6. Considerar a influência das harmônicas da tensão de alimentação no ruído magnético, especialmente para o caso de uma tensão PWM.
7. Determinar a influência da qualidade da energia elétrica (desbalanceamentos, conteúdo harmônico etc.) no ruído magnético de motores de indução.
8. Determinar a influência da frequência de chaveamento e de operação dos inversores de frequência sobre o ruído magnético dos motores de indução.
9. Desenvolver um procedimento de cálculo para determinar o ruído magnético gerado por motores de indução monofásicos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] GERGES, Samir N. Y. *Ruído: Fundamentos e Controle*. Primeira Edição. Florianópolis: Editora da UFSC, 1992.
- [2] MÜLLER-TOMFELDE, H. *Einfluss der Schrägung auf den magnetischen Lärm, die Erwärmung und die Pendelmomente*. Alemanha, 1962. Doktor-Ingenieur Dissertation - Institut für elektrische Maschinen – Technische Hochschule Hannover,.
- [3] NAU, S. L. The influence of the skewed rotor slots on the magnetic noise of three-phase induction motors. In: EMD97 (1997 : Cambridge, Inglaterra). *IEE Conference Publication No. 444*. Cambridge, 1997. p. 396-399.
- [4] JORDAN, H. *Geräuscharme Elektromotoren*. Verlag W. Girardet, Essen, Alemanha, 1950.
- [5] GIRGIS, R.S.; VERMA, S. P. Method for accurate determination of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. *IEE Proceedings*, v. 128, Pt. B. No. 1, p.1-11, 1981.
- [6] GIRGIS, R.S.; VERMA, S. P. Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines Part 1 – Models, experimental procedures and apparatus. *IEE Proceedings*, v. 128, Pt. B. No. 1, p.12-21, 1981.
- [7] GIRGIS, R.S.; VERMA, S. P. Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines Part 2 – Experimental investigation and results. *IEE Proceedings*, v.128, Pt. B. No. 1, p.22-32, 1981.
- [8] FROHNE, H. *Über die primären Bestimmungsgrößen der Lautstärke bei Asynchronmaschinen*. Alemanha, 1959. Doktor-Ingenieur Dissertation - Institut für elektrische Maschinen – Technische Hochschule Hannover.
- [9] ÜNER, Z. *Über die Ermittlung der Lautstärke des magnetischen Lärms von Drehstromasynchron-motoren mit Käfigläufern*. Alemanha, 1964. Doktor-Ingenieur Dissertation - Institut für elektrische Maschinen – Technische Hochschule Hannover.
- [10] DORREL, D. G. Calculation of unbalanced magnetic pull in small cage induction motors with skewed rotors and dynamic rotor eccentricity. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 11, No. 3, p.483–488, Sep. 1996.
- [11] IM, D. H.; CHANG, J. H.; PARK, S. C. et al. Analysis of radial force as a source of vibration in an induction motor with skewed slots. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 33, No. 2, p.1650–1653, Mar. 1997.
- [12] McCLAY, C. I.; WILLIAMSON, S. The influence of rotor skew on cage motor losses. In: EMD97 (1997 : Cambridge, Inglaterra). *IEE Conference Publication No. 444*. Cambridge, 1997. p.263-267.

- [13] DELAERE, K.; FRANSEN, J.; HAMEYER, K. et al. Manufacturing tolerances as a cause for audible noise of induction motors. In: INTERNATIONAL SEMINAR ON VIBRATIONS AND ACOUSTIC NOISE OF ELECTRIC MACHINERY (1998 ; Bethune, France). *Proceedings*. Bethune, 1998. p. 226-227.
- [14] BELMANS, R.; HAMEYER, K. Impact of inverter supply and numerical calculation techniques in audible noise problems. In: INTERNATIONAL SEMINAR ON VIBRATIONS AND ACOUSTIC NOISE OF ELECTRIC MACHINERY (1998 ; Bethune, France). *Proceedings*. Bethune, 1998. p. 9-23.
- [15] SARBU, Mircea A.; DEMETER, Elek; CISTELECAN, Mihail. Investigation for the lower noise three-phase cage induction motor. In: INTERNATIONAL SEMINAR ON VIBRATIONS AND ACOUSTIC NOISE OF ELECTRIC MACHINERY (1998 ; Bethune, France). *Proceedings*. Bethune, 1998. p.45-49.
- [16] WITCZAKI, P.; KÜBIAK, W.; MLOTKOWSKI, A. et al. Calculations of Local Magnetic Forces in Electric Machinery. In: INTERNATIONAL SEMINAR ON VIBRATIONS AND ACOUSTIC NOISE OF ELECTRIC MACHINERY (1998 ; Bethune, France). *Proceedings*. Bethune, 1998. p.57– 61.
- [17] WITCZAKI, P.; KUBIAK, W.; CASSORET, B. Structural Modelling of Induction Motors. In: INTERNATIONAL SEMINAR ON VIBRATIONS AND ACOUSTIC NOISE OF ELECTRIC MACHINERY (1998 ; Bethune, France). *Proceedings*. Bethune, 1998. p.105– 109.
- [18] COUTURIER, C.; CASSORET, B.; WITCZAKI, P. About the definition of statoric rings resonance frequencies of a.c. machines. . In: INTERNATIONAL SEMINAR ON VIBRATIONS AND ACOUSTIC NOISE OF ELECTRIC MACHINERY (1998 ; Bethune, France). *Proceedings*. Bethune, 1998. p. 159-163.
- [19] WIEBICKE, G. *Einfluss der Schrägung auf den Betrieb von Induktionsmotoren mit Käfigläufern*. Hannover, Alemanha, 1997. Diplomarbeit – Institut für Elektrische Maschinen und Antriebe Hannover.
- [20] ALMEIDA, Márcio Tadeu de. *Vibrações mecânicas para engenheiros*. Primeira Edição. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1987.
- [21] HARRIS, Cyril M. *Handbook of Noise Control*. Second Edition. McGraw-Hill, 1979.
- [22] SEINSCH, Hans Otto. *Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen*. Stuttgart: B.G. Teubner, 1992.
- [23] TIMÁR, Peregrin László. The influence of loading on the sound power level radiated by induction motors. *Noise Control Engineering Journal*, p. 125-133, Sep – Oct 1998.
- [24] CRAGGS, Jack L. Specifying and Measuring the noise level of Electric Motors in Operation. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v.29, Nº 3, p. 611 - 615. May-Jun 1993.

- [25] KAKO, F. et al. Experimental study on magnetic noise of large induction motor. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. PAS-102, N°8, Aug. 1983.
- [26] STRAUSS, Thomas. *Berechnung des Geräuschpegels von Drehfelmaschinen*. Hannover, Alemanha, 1987. Studienarbeit, Institut für Elektrische Maschinen und Antriebe, Universität Hannover.
- [27] GERLACH, R. Erregung von magnetischen Geräuschen in Synchron – und Asynchronmaschinen. In: CONGRESSO DA VDE SOBRE VIBRAÇÕES E RUÍDOS DE MÁQUINAS ELÉTRICAS (1969 : Aachen, Alemanha).
- [28] NEVES, C. G. C. *Uma Metodologia de Modelagem e Análise das Vibrações de Origem Magnética nas Máquinas Elétricas Rotativas por Elementos Finitos e Procedimentos Experimentais*. Florianópolis, Fev. 1999. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina.

## **ANEXO 1 – ESPECTROS DE RUÍDO DOS MOTORES ENSAIADOS**



# Relatório de Ensaio de Ruído Análise de Espectro de Frequência

No.: PO110-1

Data: 30/07/1996

Cliente : TECNOLOGIA

Modelo : 90L

Frequência: 60 Hz

Rotação : 830 rpm

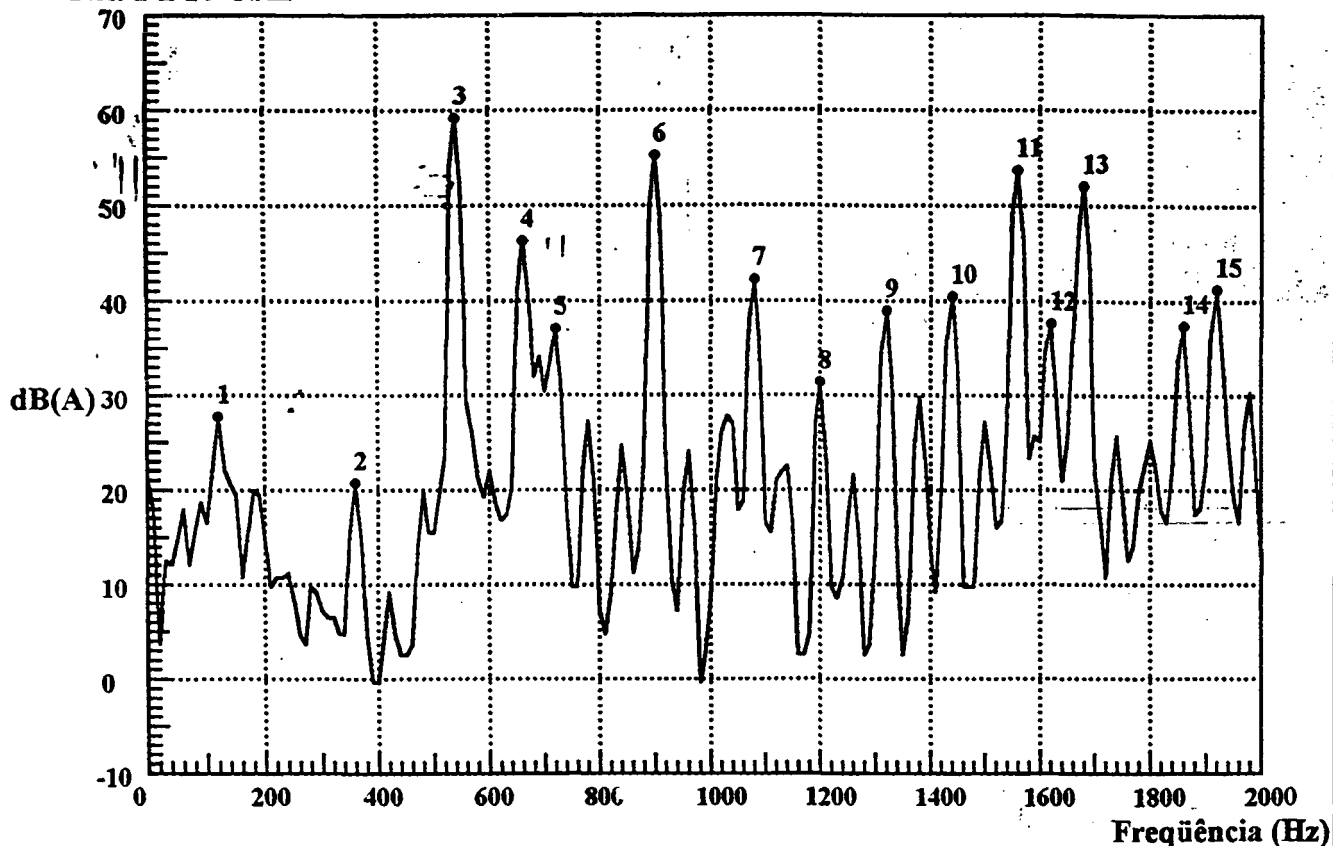
Potência : 1.0 cv

Tensão : 220/380 V

Corrente : 4.30/2.48 A

 $N_1 = 36$  $N_2 = 44$ 

Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5}$  N/m<sup>2</sup>

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	120.0	27.75	10	1440.0	40.45
2	360.0	20.73	11	1560.0	53.70
3	540.0	59.20	12	1620.0	37.65
4	660.0	46.29	13	1680.0	52.06
5	720.0	37.04	14	1860.0	37.43
6	900.0	55.25	15	1920.0	41.24
7	1080.0	42.21			
8	1200.0	31.41			
9	1320.0	38.98			

Observações: Rotor normal sem ventilador  
 Valor global de nível de ruído: 60.25 dBA  
 sem inclinação.

Aprovação/Laboratório: MAURO

Aprovação/Inspetor:





# **Relatório de Ensaio de Ruído** **Análise de Espectro de Frequência**

No.: PO110-1

Data: 30/07/1996

Cliente : TECNOLOGIA

Modelo : 90L

Frequência: 60 Hz

Rotação : 830 rpm

Potência : 1.0 cv

Tensão : 220/380 V

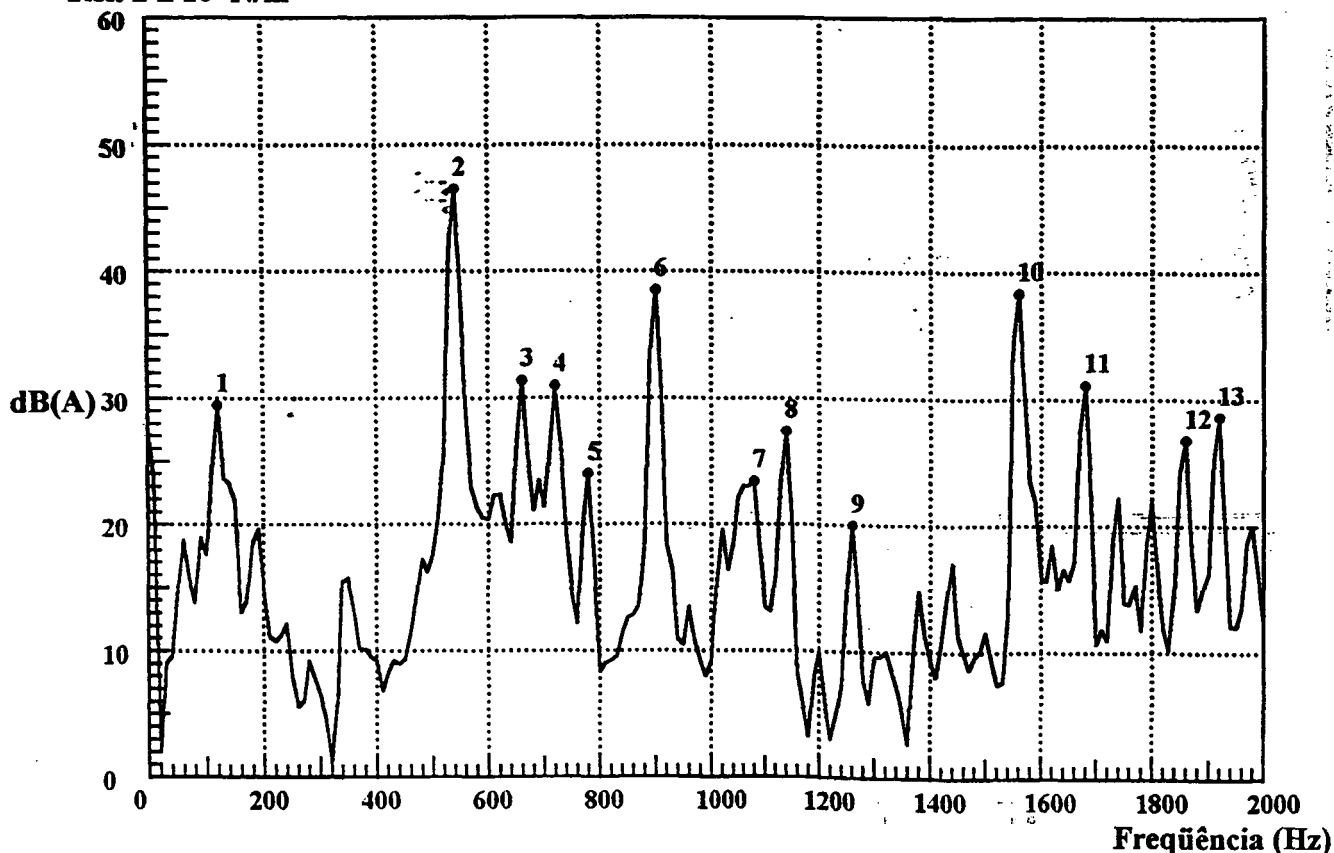
Corrente : 4.30/2.48 A

N<sub>1</sub> = 36

N<sub>2</sub> = 44

**Nível de Pressão Sonora**

Ref. 2 x 10<sup>-5</sup> N/m<sup>2</sup>



Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	120.0	29.46	10	1560.0	38.36
2	540.0	46.50	11	1680.0	31.16
3	660.0	31.38	12	1860.0	26.81
4	720.0	30.99	13	1920.0	28.67
5	780.0	24.03			
6	900.0	38.52			
7	1080.0	23.41			
8	1140.0	27.39			
9	1260.0	19.98			

Observações: Rotor normal sem ventilador

Valor global de nível de ruído: 47.18 dBA

Inclinação : 8,2 mm. (1 ranhura do estator)

Aprovação/Laboratório: MAURO

Aprovação/Inspetor:



# Relatório de Ensaio de Ruído Análise de Espectro de Frequência

No.: PO111-1

Data: 30/07/1996

Cliente : TECNOLOGIA

Modelo : 90L

Frequência: 60 Hz

Rotação : 1710 rpm

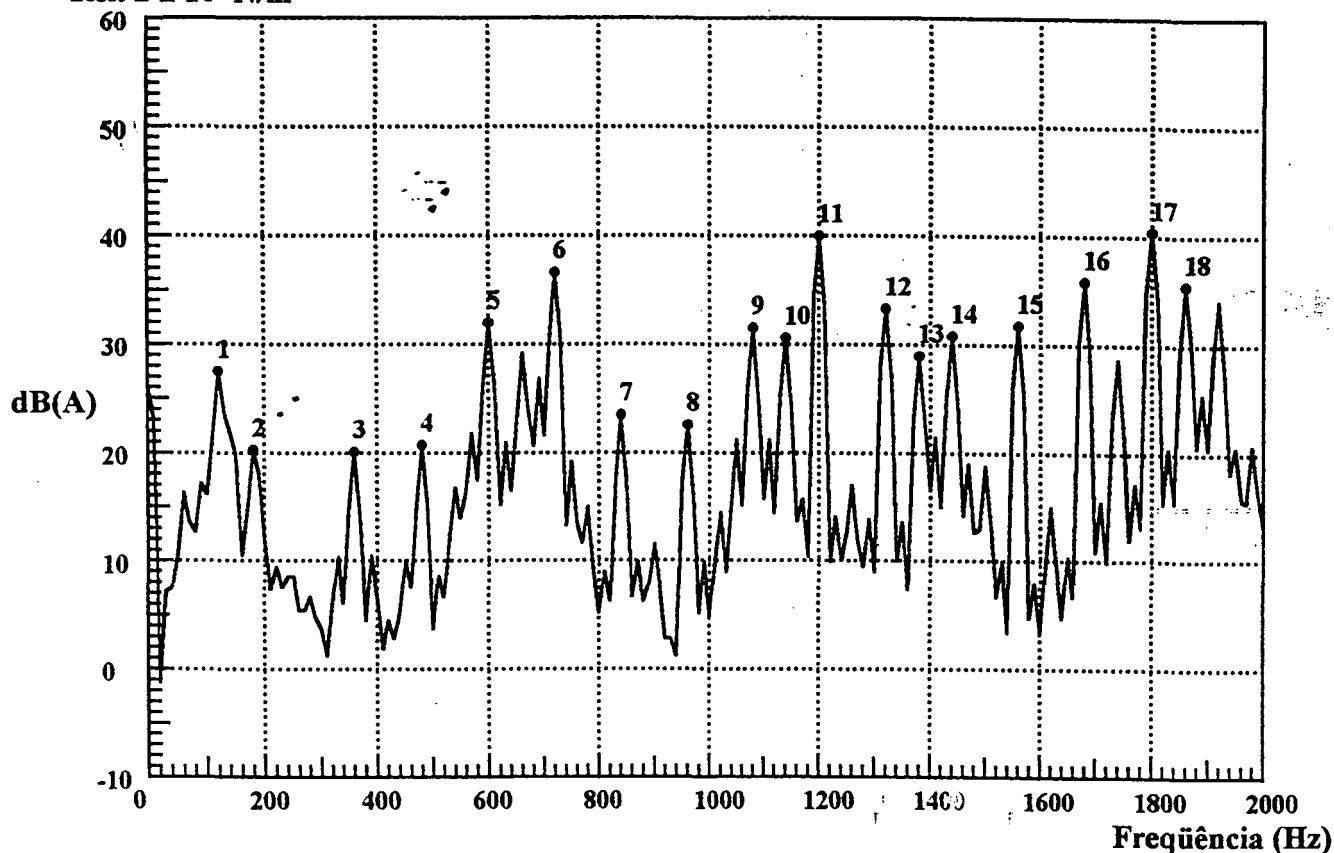
Potência : 3.0 cv

Tensão : 220/380 V

Corrente : 8.59/4.97 A

 $N_1 = 36$  $N_2 = 44$ 

## Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ 

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	120.0	27.49	10	1140.0	30.61
2	180.0	20.30	11	1200.0	40.02
3	360.0	20.09	12	1320.0	33.32
4	480.0	20.69	13	1380.0	28.96
5	600.0	31.99	14	1440.0	30.82
6	720.0	36.64	15	1560.0	31.77
7	840.0	23.48	16	1680.0	35.85
8	960.0	22.57	17	1800.0	40.46
9	1080.0	31.53	18	1860.0	35.53

Observações: - Ensaio sem ventilador  
 - Valor global de nível de ruído: 46.74 dbA  
 - Sem inclinação

Aprovação/Laboratório: MAURO

Aprovação/Inspetor:



# Relatório de Ensaio de Ruído Análise de Espectro de Frequência

No.: PO111-1

Data: 30/07/1996

Cliente : TECNOLOGIA

Modelo : 90L

Frequência: 60 Hz

Rotação : 1710 rpm

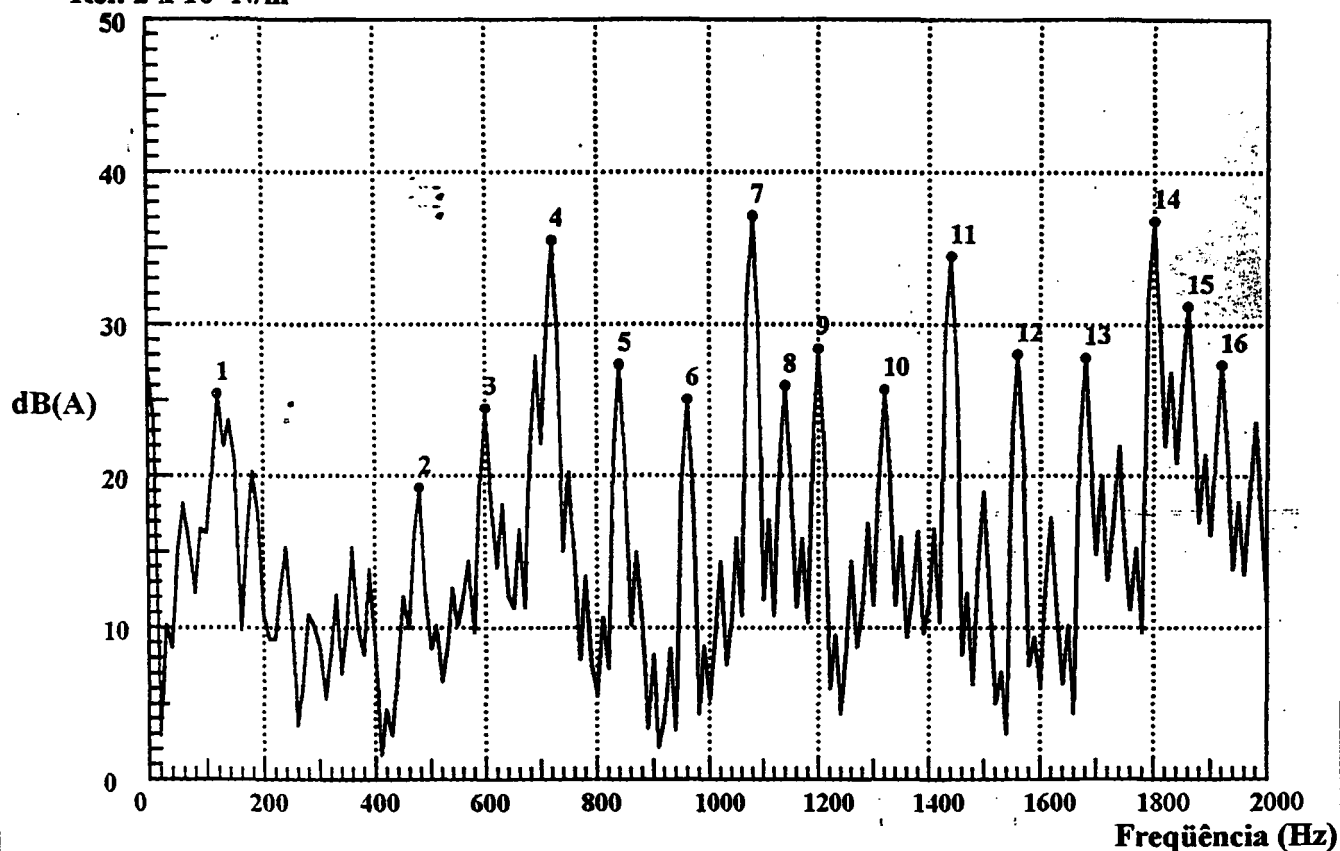
Potência : 3.0 cv

Tensão : 220/380 V

Corrente : 8.59/4.97 A

 $N_1 = 36$  $N_2 = 44$ 

Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5}$  N/m<sup>2</sup>

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	120.0	25.45	10	1320.0	25.71
2	480.0	19.23	11	1440.0	34.51
3	600.0	24.48	12	1560.0	28.07
4	720.0	35.54	13	1680.0	27.83
5	840.0	27.34	14	1800.0	36.82
6	960.0	25.06	15	1860.0	31.25
7	1080.0	37.11	16	1920.0	27.38
8	1140.0	25.94			
9	1200.0	28.38			

Observações:

- Ensaio sem ventilador
- Valor global de nível de ruído: 43.07 dbA
- Inclinação : 8,1 mm (1 ranhura do estator)

Aprovação/Laboratório: MAURO

Aprovação/Inspetor:



# Relatório de Ensaio de Ruído Análise de Espectro de Frequência

No.: PT109-96

Data: 30/07/1996

Cliente : TECNOLOGIA

Modelo : 160L

Frequência: 60 Hz

Rotação : 890 rpm

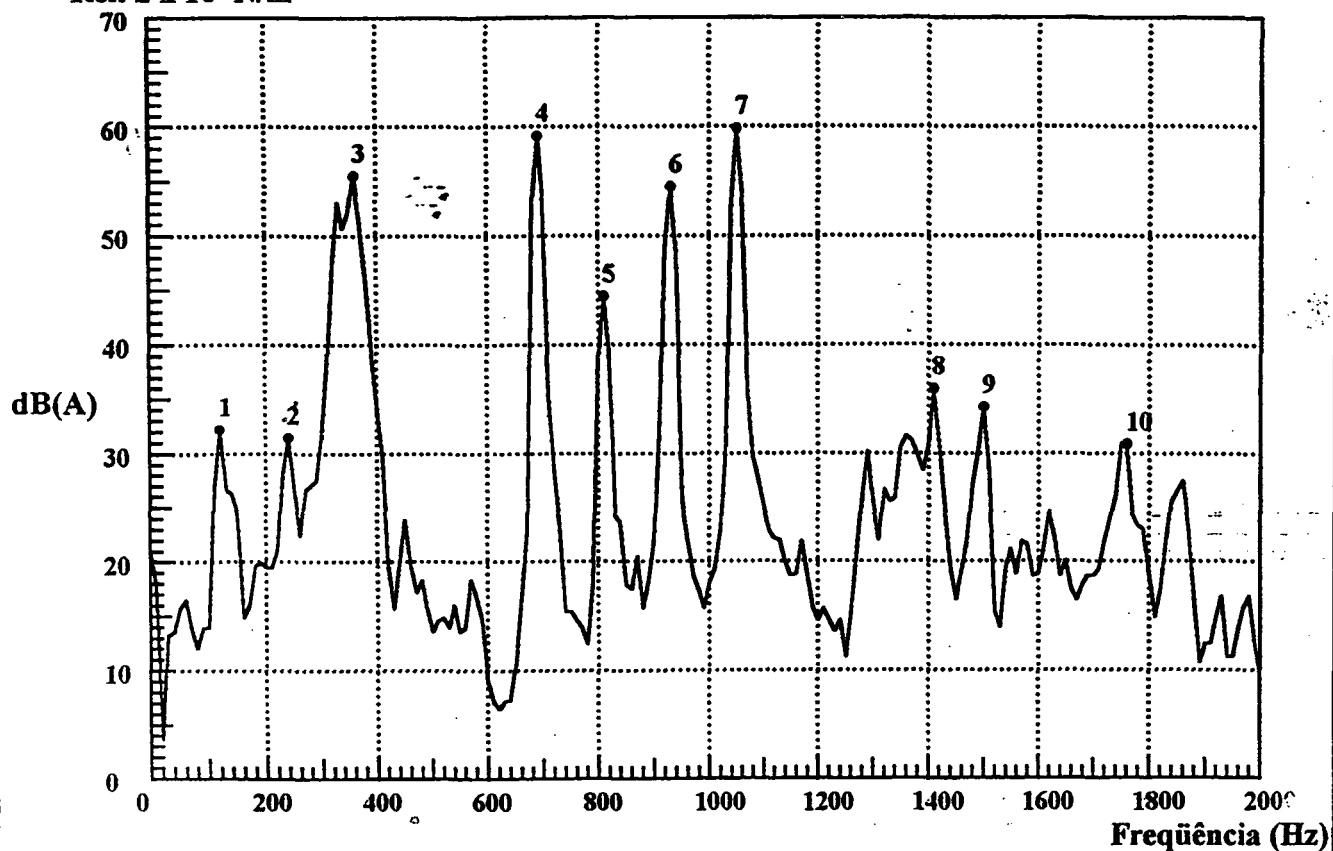
Potência : 5.0 cv

Tensão : 440 V

Corrente : 14.0 A

 $N_1 = 48$  $N_2 = 54$ 

Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5}$  N/m<sup>2</sup>

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	120.0	32.22	10	1760.0	30.86
2	240.0	31.45			
3	360.0	55.53			
4	690.0	59.17			
5	810.0	44.45			
6	930.0	54.51			
7	1050.0	59.85			
8	1410.0	35.95			
9	1500.0	34.24			

Observações: Ensaio sem ventilador.  
Valor global de nível de ruído: 61.46 dBA.  
Sem inclinação.

Aprovação/Laboratório: MAURO

Aprovação/Inspetor:



# Relatório de Ensaio de Ruído Análise de Espectro de Frequência

No.: PT109-96

Data: 30/07/1996

Cliente : TECNOLOGIA

Modelo : 160L

Frequência: 60 Hz

Rotação : 890 rpm

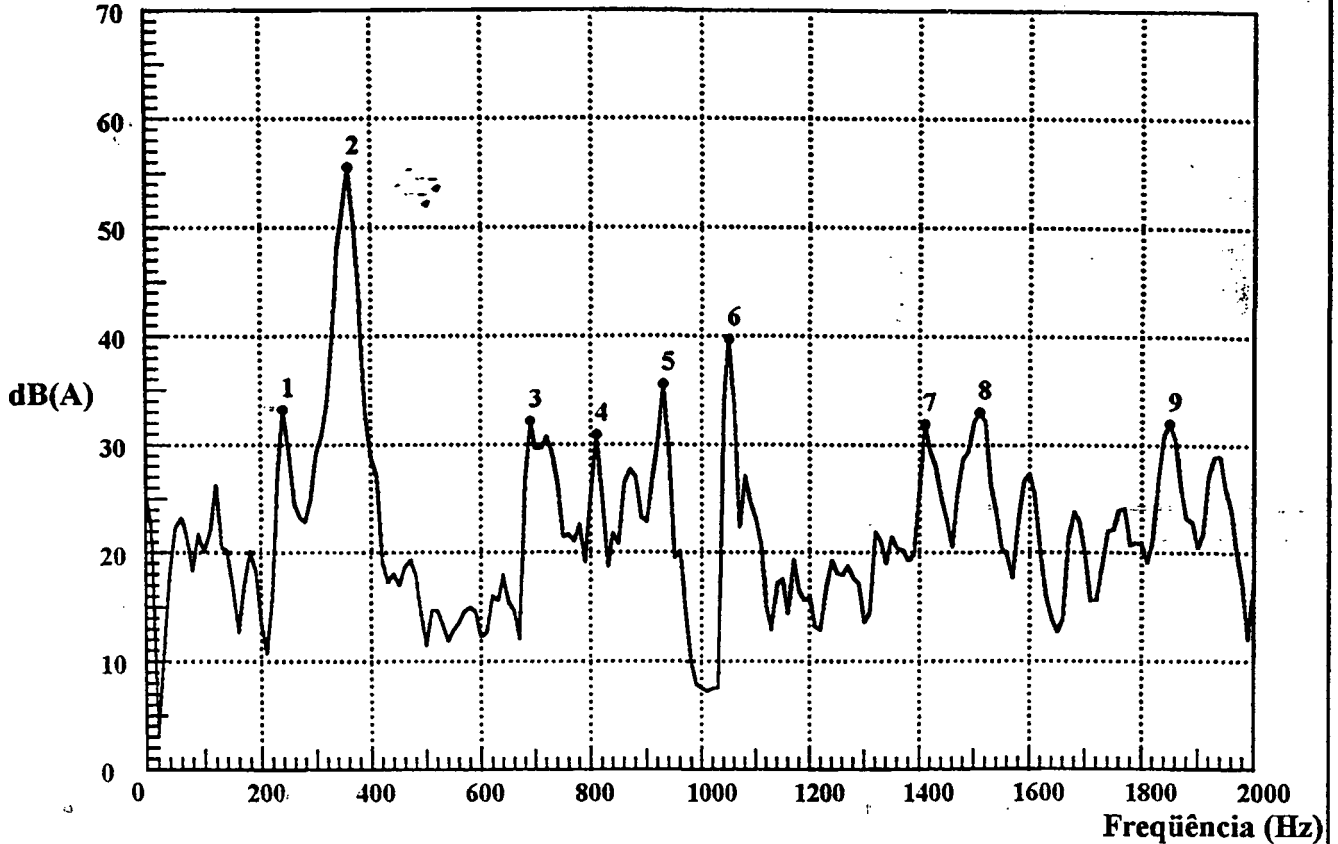
Potência : 5.0 cv

Tensão : 440 V

Corrente : 14.0 A

 $N_1 = 48$  $N_2 = 54$ 

Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ 

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	240.0	33.21
2	360.0	55.51
3	690.0	32.14
4	810.0	30.86
5	930.0	35.56
6	1050.0	39.68
7	1410.0	31.87
8	1510.0	32.99
9	1850.0	31.99

Observações: Ensaio sem ventilador.  
 Valor global de nível de ruído: 54.05 dBA.  
 Inclinação 10.4 mm (1 ranhura do estator)

Aprovação/Laboratório: MAURO

Aprovação/Inspetor:



# **Noise Level Test Report** **Frequency Spectrum Analysis**

No.: 05

Date: 02/19/1997

Customer : TECNOLOGIA DO PRODUTO

Type : 112M

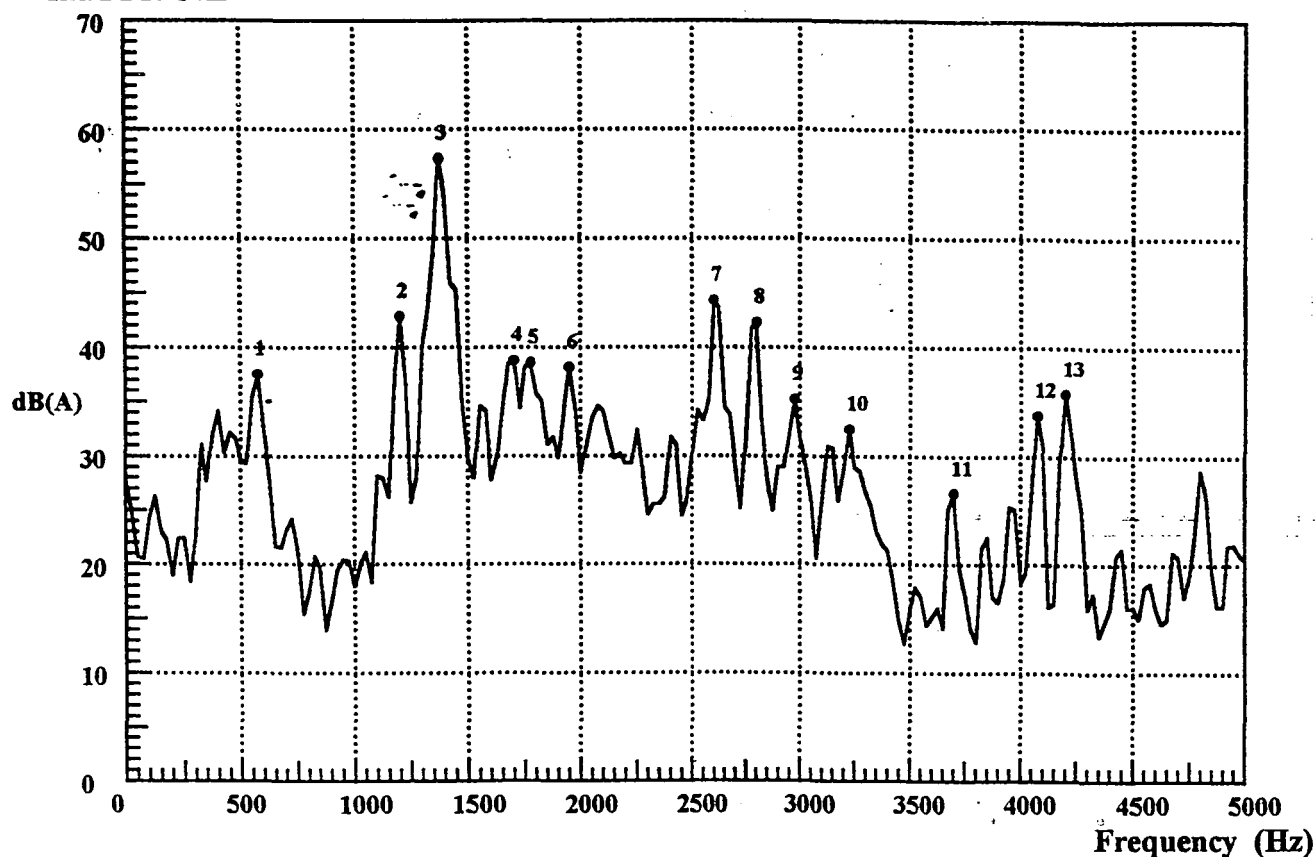
Frequency: 60 Hz

Speed : 1800 rpm

Power : 7.5 hp

Voltage : 220 / 380 V

Current : A

 $N_1 = 36$  $N_2 = 44$ **Sound pressure Level**Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ 

Point	Frequency (Hz)	Pressure Sound dB(A)	Point	Frequency (Hz)	Pressure Sound dB(A)
1	575.0	37.54	10	3225.0	32.50
2	1200.0	42.85	11	3700.0	26.59
3	1375.0	57.37	12	4075.0	33.81
4	1700.0	38.80	13	4200.0	35.79
5	1775.0	38.60			
6	1950.0	38.17			
7	2600.0	44.30			
8	2800.0	42.28			
9	2975.0	35.24			

Notes: Skew: 0.0 mm.

No load test without fan.

Approved/Laboratory: MAURO

Approved/Witness:





# Noise Level Test Report Frequency Spectrum Analysis

No.: 06

Date: 02/19/1997

Customer : TECNOLOGIA DO PRODUTO

Type : 112M

Frequency: 60 Hz

Speed : 1800 rpm

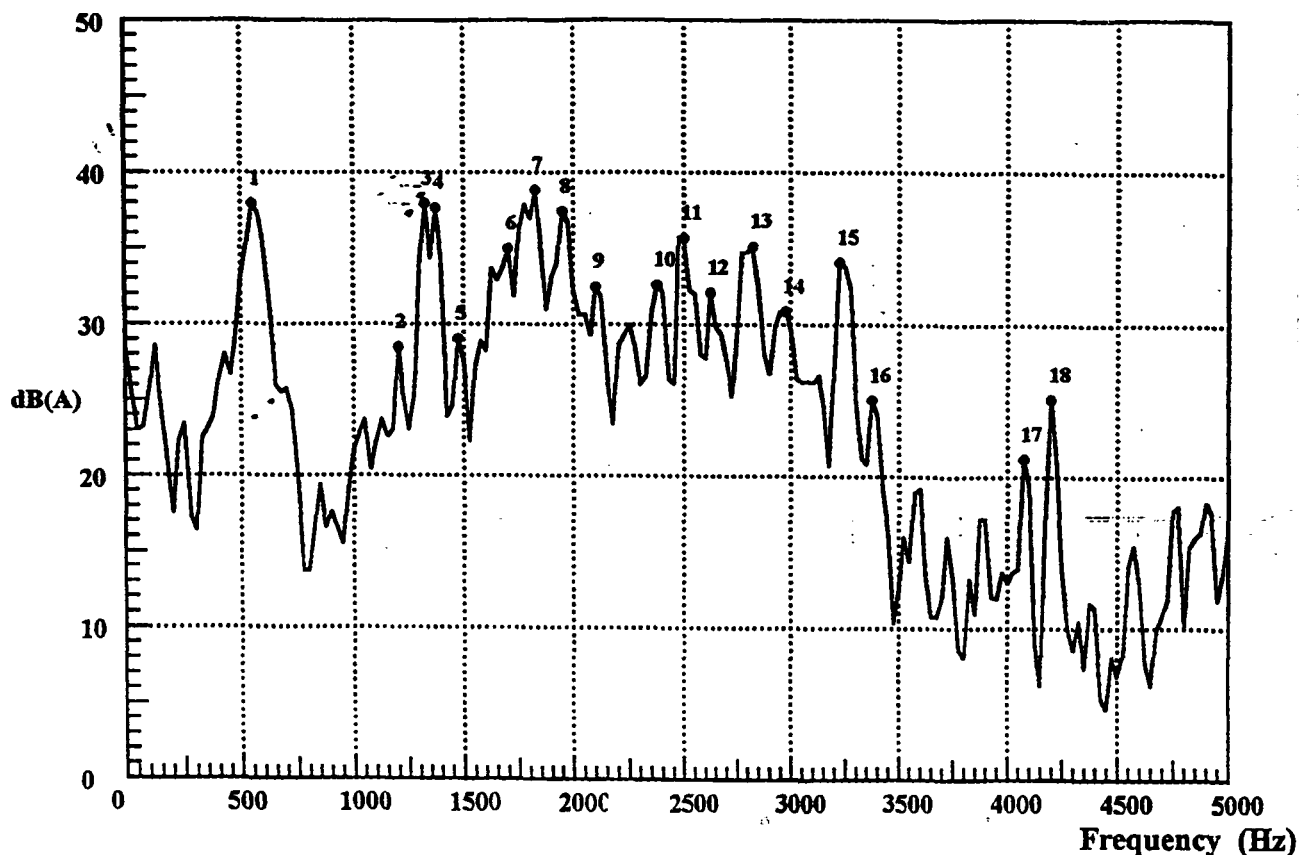
Power : 7.5 hp

Voltage : 220 / 380 V

Current : A

 $N_1 = 36$  $N_2 = 44$ 

## Sound pressure Level

Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ 

Point	Frequency (Hz)	Pressure Sound dB(A)	Point	Frequency (Hz)	Pressure Sound dB(A)
1	550.0	37.92	10	2375.0	32.57
2	1200.0	28.48	11	2500.0	35.69
3	1325.0	37.94	12	2625.0	32.09
4	1375.0	37.65	13	2825.0	35.12
5	1475.0	29.06	14	2975.0	30.87
6	1700.0	34.98	15	3225.0	34.07
7	1825.0	38.85	16	3375.0	25.07
8	1950.0	37.44	17	4075.0	21.21
9	2100.0	32.45	18	4200.0	25.14

Notes: Skew: 10 mm. (1 ranhura do estator)  
No load test without fan.

Approved/Laboratory: MAURO

Approved/Witness:



# Noise Level Test Report Frequency Spectrum Analysis

No.: 20

Date: 02/24/1997

Customer : TECNOLOGIA DO PRODUTO

Type : 254T

Frequency: 60 Hz

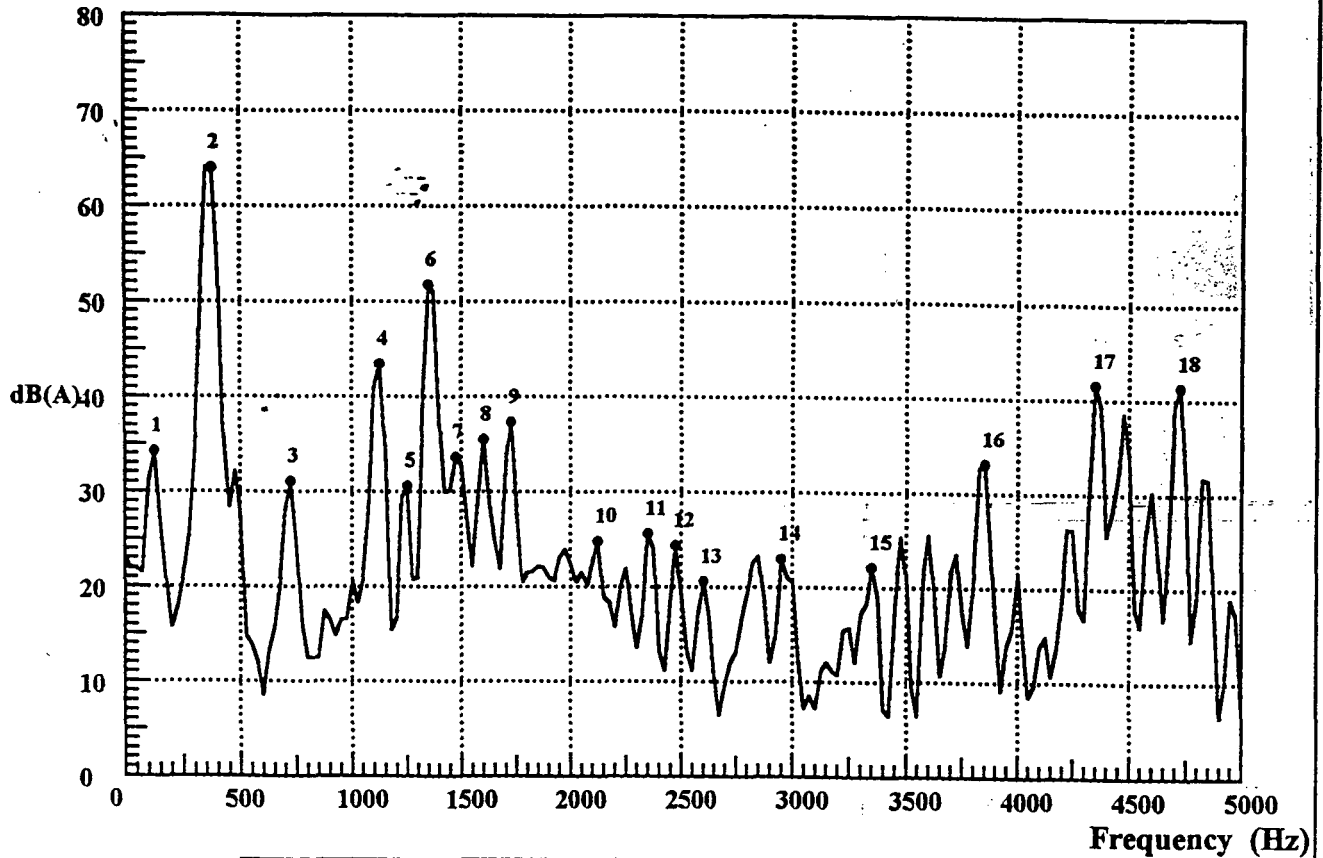
Speed : 1200 rpm

Power : 7.5 hp

Voltage : 460 V

Current : - A

Sound pressure Level

Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$  $N_1 = 72$  $N_2 = 56$ 

Point	Frequency (Hz)	Pressure Sound dB(A)	Point	Frequency (Hz)	Pressure Sound dB(A)
1	125.0	34.27	10	2125.0	24.79
2	375.0	64.01	11	2350.0	25.61
3	725.0	31.09	12	2475.0	24.40
4	1125.0	43.44	13	2600.0	20.57
5	1250.0	30.62	14	2950.0	22.99
6	1350.0	51.75	15	3350.0	22.13
7	1475.0	33.67	16	3850.0	33.10
8	1600.0	35.49	17	4350.0	41.60
9	1725.0	37.34	18	4725.0	41.36

Notes: Skew: 0.0 mm

No load test without fan.

Approved/Laboratory: MAURO

Approved/Witness:



# Noise Level Test Report Frequency Spectrum Analysis

No.: 16

Date: 02/24/1997

Customer : TECNOLOGIA DO PRODUTO

Type : 254T

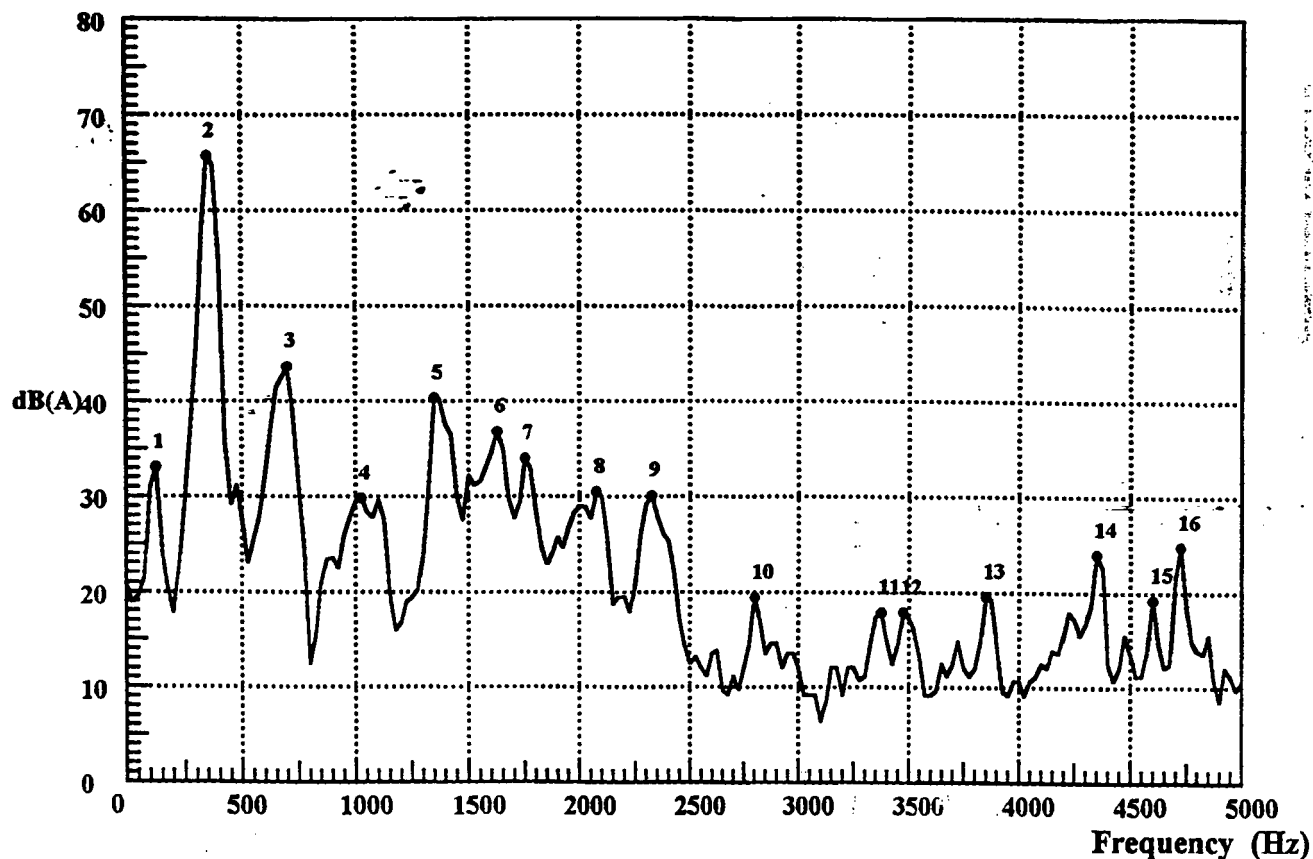
Frequency: 60 Hz

Speed : 1200 rpm

Power : 7.5 hp

Voltage : 460 V

Current : - A

 $N_1 = 72$  $N_2 = 56$ **Sound pressure Level**Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ 

Point	Frequency (Hz)	Pressure Sound dB(A)	Point	Frequency (Hz)	Pressure Sound dB(A)
1	125.0	33.10	10	2800.0	19.41
2	350.0	65.70	11	3375.0	17.86
3	700.0	43.66	12	3475.0	17.86
4	1025.0	29.80	13	3850.0	19.59
5	1350.0	40.38	14	4350.0	23.99
6	1625.0	36.81	15	4600.0	19.23
7	1750.0	34.01	16	4725.0	24.79
8	2075.0	30.47			
9	2325.0	30.12			

Notes: Skew: 6,9 mm (1 ranhura do estator)  
No load test without fan.

Approved/Laboratory: MAURO

Approved/Witness:



# Relatório de Ensaio de Ruído Análise de Espectro de Frequência

No.: AV81824

Data: 25/05/2000

Cliente : Sebastião Lauro Nau

Modelo : 132M

Frequência : 60 Hz

Rotação : 865 rpm

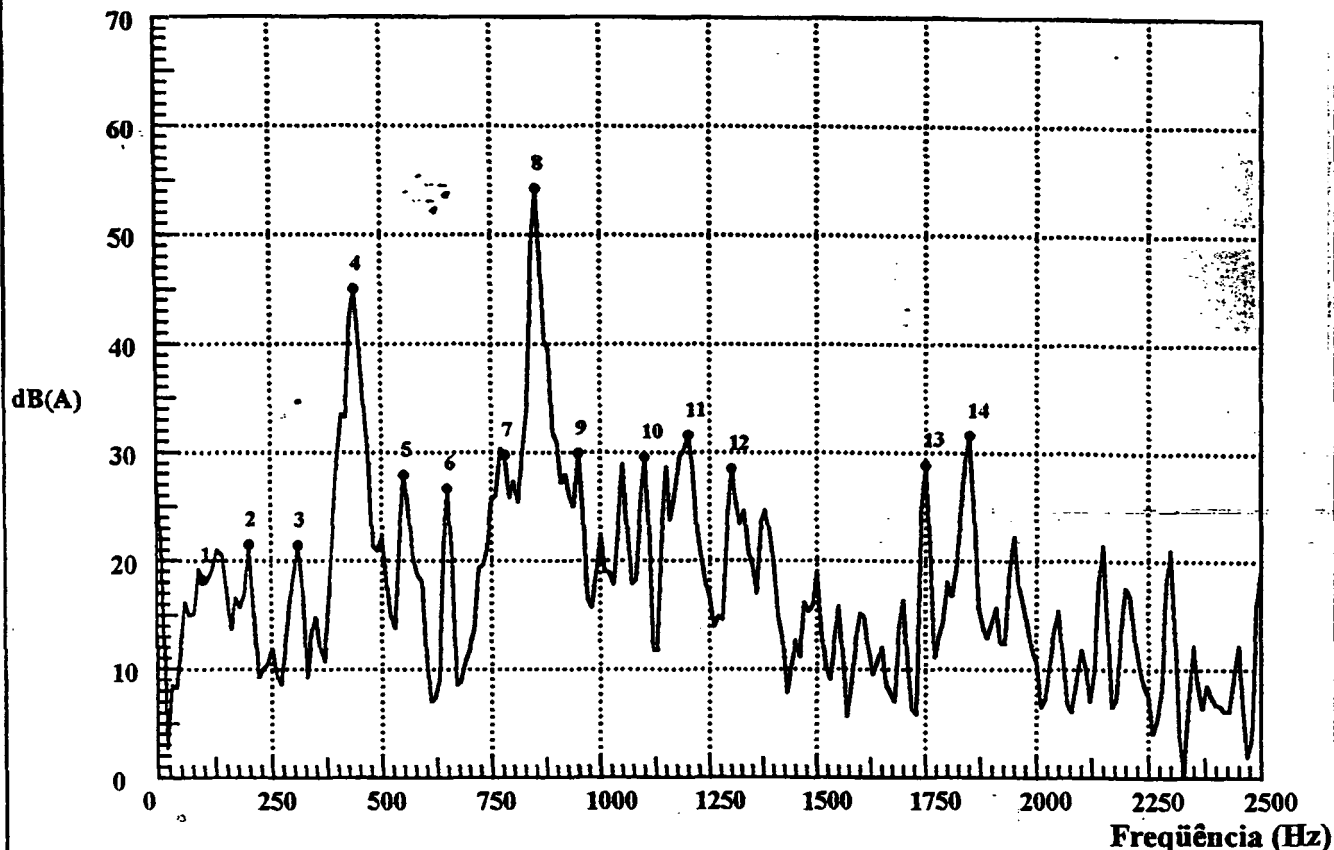
Potência : 5.0 cv

Tensão : 220/380 V

Corrente : 16.1/9.32 A

 $N_1 = 36$  $N_2 = 44$ 

## Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ 

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	100.0	18.23	10	1100.0	29.57
2	200.0	21.52	11	1200.0	31.60
3	310.0	21.44	12	1300.0	28.48
4	440.0	45.05	13	1750.0	28.87
5	550.0	27.93	14	1850.0	31.60
6	650.0	26.68			
7	780.0	29.73			
8	850.0	54.28			
9	950.0	29.88			

Observações: Motor ensaiado em vazio 50Hz sem ventilador  
a 1 m de distância do lado oposto ao da caixa de ligação  
por ser o ponto de maior ruído.

Aprovação/Laboratório: Agnaldo/Mauro

Aprovação/Inspetor:



# Relatório de Ensaio de Ruído

## Análise de Espectro de Frequência

No.: AV71426

Data: 24/05/2000

Cliente : Sebastião Lauro Nau

Modelo : 160M

Frequência : 60 Hz

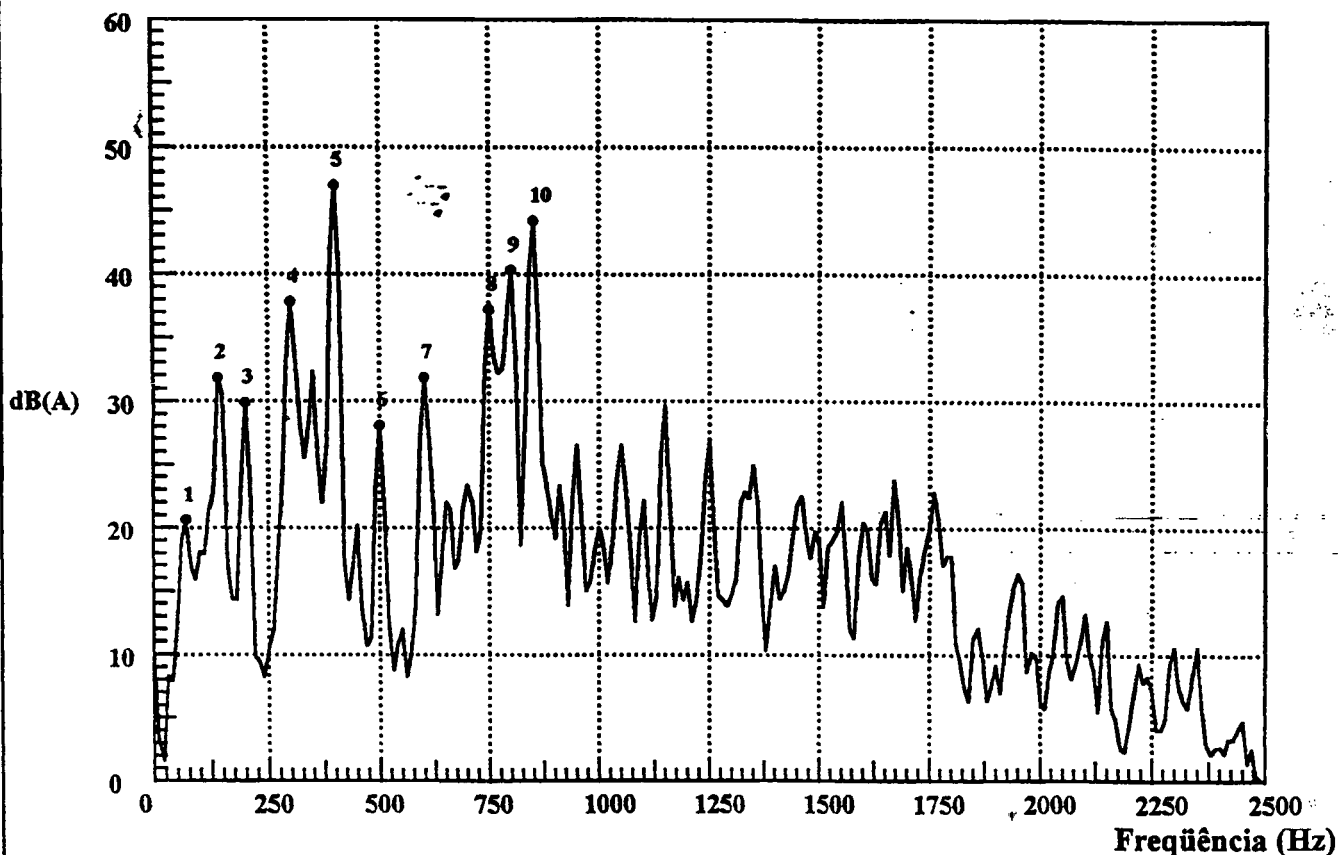
Rotação : 875 rpm

Potência : 7.5 cv

Tensão : 220/380 V

Corrente : 23.6/13.7 A

Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$  $N_1 = 72$  $N_2 = 60$ 

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	70.0	20.65	10	850.0	44.26
2	140.0	31.83			
3	200.0	29.87			
4	300.0	37.85			
5	400.0	47.00			
6	500.0	28.07			
7	600.0	31.83			
8	750.0	37.22			
9	800.0	40.35			

Observações: Motor ensaiado em vazio 50Hz sem ventilador  
a 1 m de distância do lado oposto ao da caixa de ligação  
por ser o ponto de maior ruído.

Aprovação/Laboratório: Sebastião/Mauro

Aprovação/Inspetor:



**Relatório de Ensaio de Ruído**  
**Análise de Espectro de Freqüência**

No.: AV70205

Data: 25/05/2000

Cliente : Sebastião Lauro Nau  
Modelo : 132M  
Frequência : 60 Hz  
Rotação : 1160 rpm

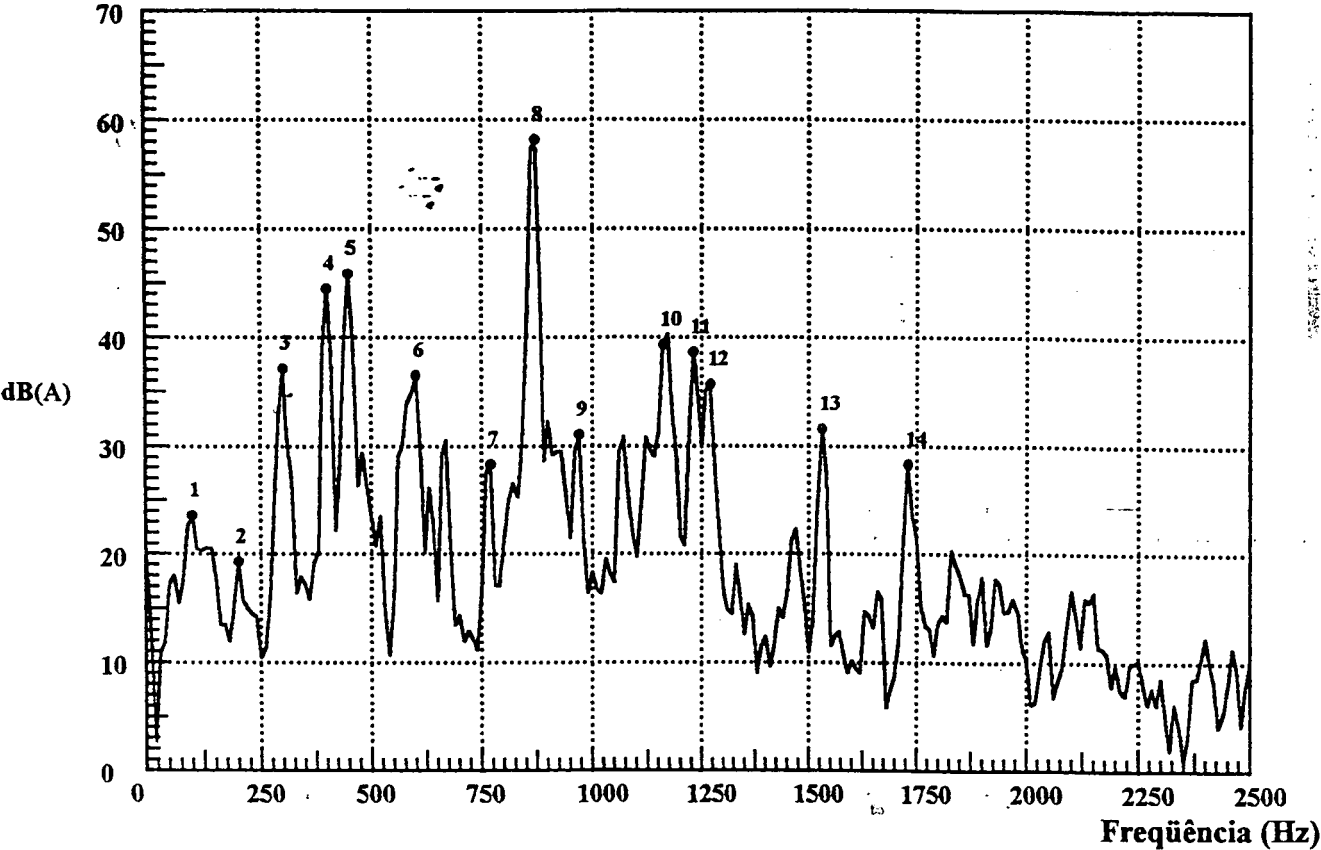
Potência : 10 cv  
Tensão : 220/380 V  
Corrente : 30.6/17.7 A

$N_1 = 36$

$N_2 = 40$

**Nível de Pressão Sonora**

Ref.  $2 \times 10^{-5}$  N/m<sup>2</sup>



Ponto	Freqüência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Freqüência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	100.0	23.62	10	1160.0	39.34
2	200.0	19.32	11	1230.0	38.63
3	300.0	37.15	12	1270.0	35.66
4	400.0	44.50	13	1530.0	31.59
5	450.0	45.90	14	1730.0	28.31
6	600.0	36.52			
7	770.0	28.31			
8	870.0	58.18			
9	970.0	31.05			

Observações: Motor ensaiado em vazio 50Hz sem ventilador  
a 1 m de distância do lado oposto ao da caixa de ligação  
por ser o ponto de maior ruído.

Aprovação/Laboratório: Agnaldo/Mauro

Aprovação/Inspetor:





# Relatório de Ensaio de Ruído Análise de Espectro de Frequência

No.: AV71416

Data: 24/05/2000

Cliente : Sebastião Lauro Nau

Modelo : 160M

Frequência : 60 Hz

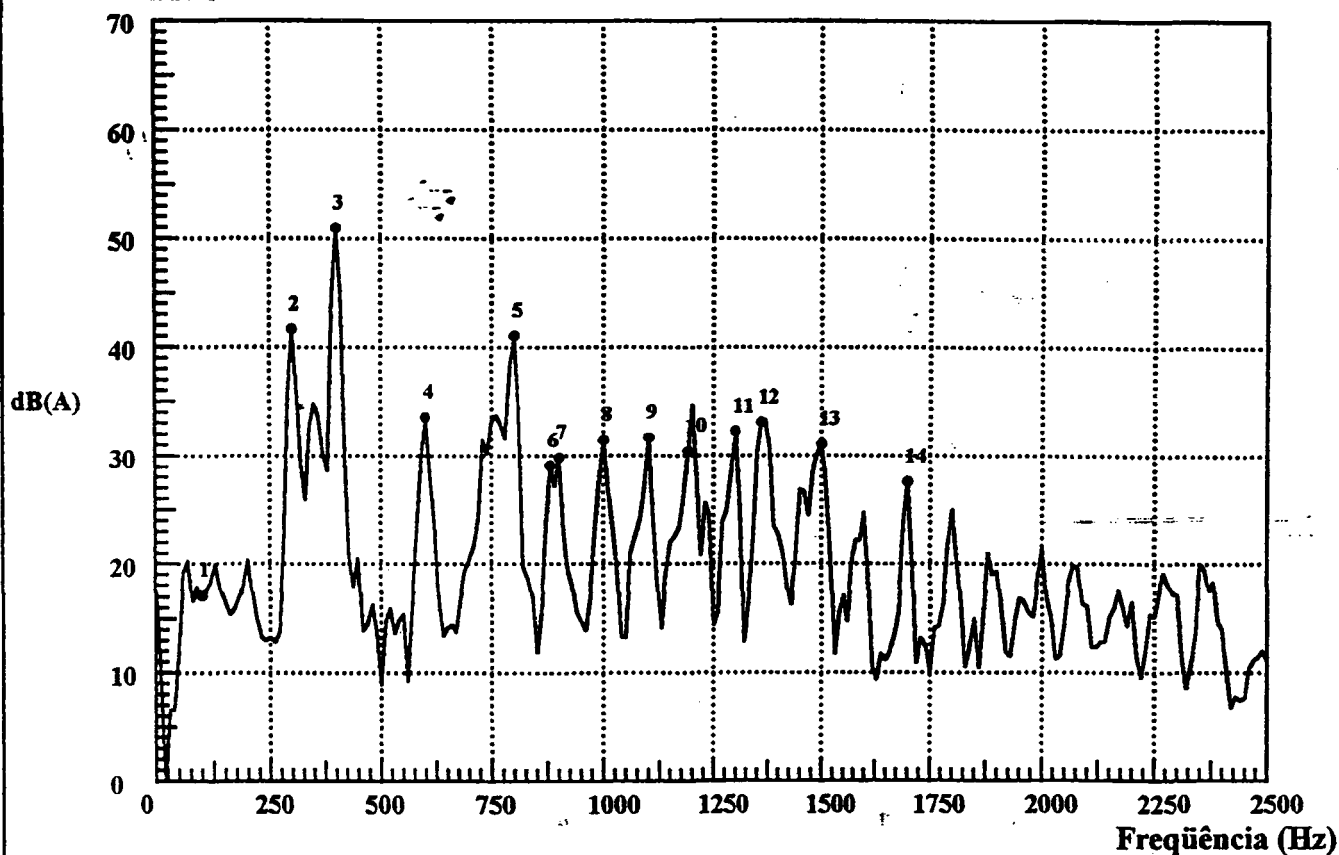
Rotação : 1170 rpm

Potência : 15 cv

Tensão : 220/380 V

Corrente : 41,6/24,1 A

## Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$  $N_1 = 72$  $N_2 = 60$ 

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	100.0	17.13	10	1190.0	30.42
2	300.0	41.68	11	1300.0	32.22
3	400.0	50.99	12	1360.0	33.08
4	600.0	33.55	13	1500.0	31.05
5	800.0	41.06	14	1700.0	27.61
6	880.0	29.09			
7	900.0	29.79			
8	1000.0	31.44			
9	1100.0	31.67			

Observações: Motor ensaiado em vazio em 50Hz, sem ventilador, a 1m de distância do lado oposto ao da caixa de ligação, por ser o ponto de maior ruído.

Aprovação/Laboratório: Sebastião/Mauro

Aprovação/Inspetor:



# Relatório de Ensaio de Ruído

## Análise de Espectro de Freqüência

No.: AV69436

Data: 25/05/2000

Cliente : Sebastião Lauro Nau

Modelo : 160M

Frequência : 60 Hz

Rotação : 1760 rpm

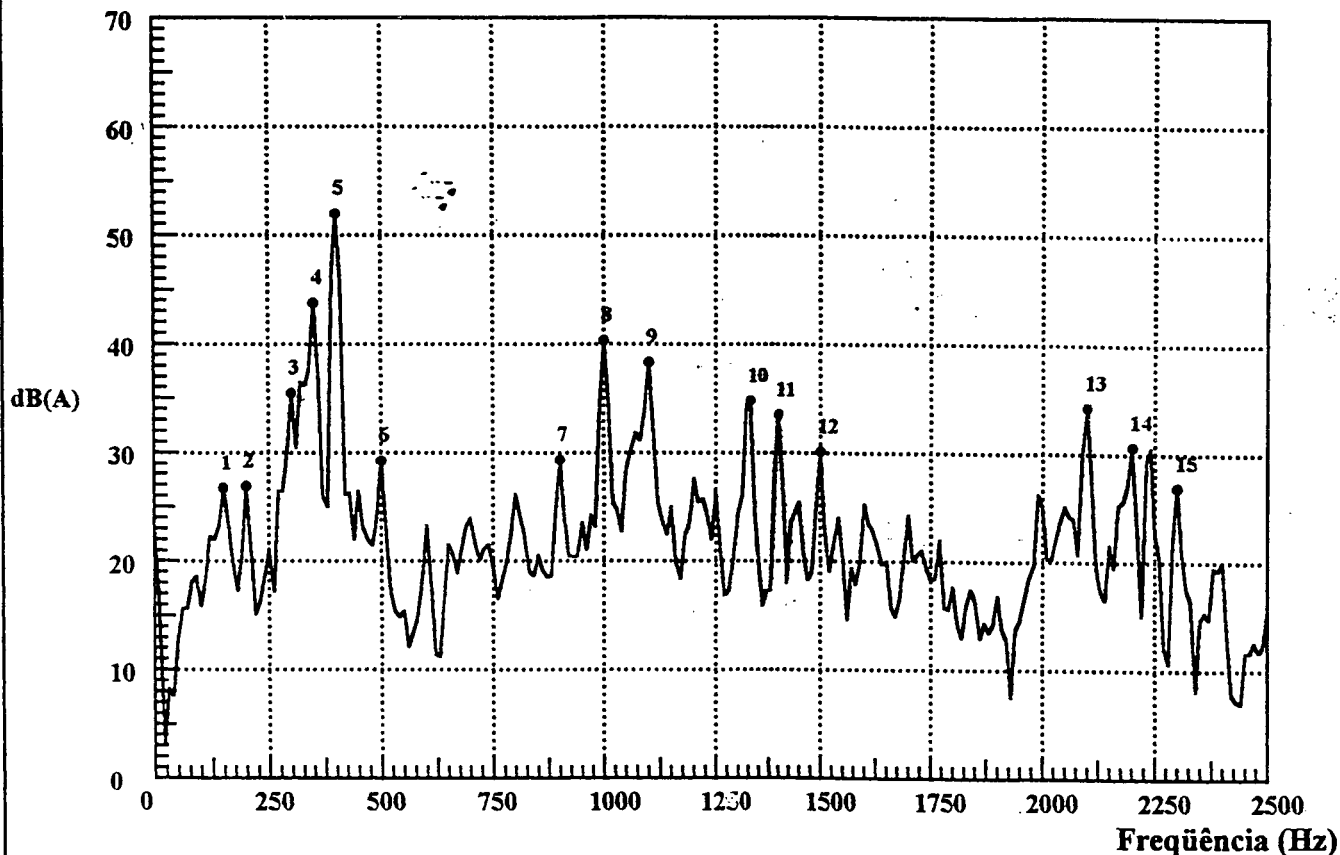
Potência : 20 cv

Tensão : 220/380 V

Corrente : 52.8/30.6 A

 $N_1 = 48$  $N_2 = 40$ 

## Nível de Pressão Sonora

Ref.  $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ 

Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)	Ponto	Frequência (Hz)	Pressão Sonora dB(A)
1	150.0	26.74	10	1330.0	34.80
2	200.0	26.90	11	1400.0	33.47
3	300.0	35.50	12	1500.0	30.11
4	350.0	43.79	13	2100.0	34.25
5	400.0	52.00	14	2200.0	30.65
6	500.0	29.25	15	2300.0	26.90
7	900.0	29.33			
8	1000.0	40.35			
9	1100.0	38.32			

Observações: Motor ensaiado em vazio 50Hz sem ventilador  
a 1 m de distância do lado oposto ao da caixa de ligação  
por ser o ponto de maior ruído.

Aprovação/Laboratório: Agnaldo/Mauro

Aprovação/Inspetor:

## **ANEXO 2 - COMBINAÇÃO DE RANHURAS DO ESTATOR E ROTOR**

## ANEXO 2 – COMBINAÇÃO DE RANHURAS DO ESTATOR E ROTOR

Dentre as várias causas do ruído magnético, a combinação de ranhuras é a que pode gerar ruído de maior intensidade. A seguir, serão analisadas as condições que se deve respeitar para restringir esta fonte de ruído.

**Pares de pólos das harmônicas de indução das ranhuras do estator:**

$$\nu = p + g_1 N_1 \quad (\text{A.1})$$

$$g_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$N_1$  = número de ranhuras do estator

**Pares de pólos das harmônicas de indução das ranhuras do rotor:**

$$\lambda = \nu + g_2 N_2 \quad (\text{A.2})$$

$$g_2 = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$N_2$  = número de ranhuras do rotor

As harmônicas de indução do rotor de maior amplitude são aquelas geradas pela onda de indução fundamental. Neste caso,  $\lambda$  é calculado para  $\nu = p$ . Logo:

$$\lambda = p + g_2 N_2 \quad (\text{A.3})$$

$$g_2 = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

As harmônicas de indução do rotor para outros valores de  $\nu$  podem ser desprezadas para os motores de gaiola. A onda de força devido às ranhuras é dada pela combinação entre as harmônicas das ranhuras do estator e as das ranhuras do rotor. O número de pares de pólos (modo de vibração) da força devido a esta combinação é dado por:

$$r = \lambda \pm \nu \quad (\text{A.4})$$

Assim, substituindo as equações (A.1) e (A.3) na equação (A.4), tem-se:

$$r = p + g_2 N_2 \pm (p + g_1 N_1) \quad (\text{A.5})$$

Desenvolvendo a equação (A.5), vem:

$$r = 2p + g_2 N_2 + g_1 N_1 \quad \text{e} \quad r = g_2 N_2 - g_1 N_1 \quad (\text{A.6})$$

As harmônicas de indução das ranhuras do rotor são calculadas para  $g_2 = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ . As harmônicas de indução das ranhuras do estator são calculadas para  $g_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$ . Outros valores são desprezíveis.

Para  $g_1 = 0$ , praticamente qualquer valor de  $N_2$  já é suficiente para evitar os modos de vibração baixos, que são os mais críticos:  $r = 0, 1, 2, 3, \dots, 10$ , pois  $N_2$  geralmente é alto. Para evitar vibrações deve-se fazer com que  $r$  seja diferente de 0, 2 e 3, principalmente. Para evitar flexão do rotor,  $r$  deve ser diferente de 1. Apenas para máquinas com elevado número de pólos, deve-se observar que  $|(2p - N_2)| > r_{\text{máx}}$ .

Para  $g_1 = \pm 1$ , pode-se verificar que quando  $g_1$  e  $g_2$  têm o mesmo sinal, o valor de  $r$  será alto, o que não é problemático. Os casos críticos ocorrem quando  $g_1$  e  $g_2$  têm sinais diferentes. Estes casos serão analisados aqui:

$$1) \quad g_1 = \mp 1 \quad \text{e} \quad g_2 = \pm 1$$

Substituindo  $g_1$  e  $g_2$  nas equações (A.6), vem:

$$r = 2p \pm (N_1 - N_2) \quad \text{e} \quad r = \pm(N_1 - N_2) \quad (\text{A.7})$$

$$2) \quad g_1 = \mp 1 \quad \text{e} \quad g_2 = \pm 2$$

Da mesma forma que para o item 1), chega-se a:

$$r = 2p \pm (N_1 - 2N_2) \quad \text{e} \quad r = \pm(N_1 - 2N_2) \quad (\text{A.8})$$

$$3) \quad g_1 = \mp 1 \quad \text{e} \quad g_2 = \pm 3$$

Neste caso, a diferença entre as ranhuras do estator e três vezes as ranhuras do rotor é bastante alta, não sendo necessário, então, considerar no cálculo.

$$4) \quad g_1 = \mp 2 \quad \text{e} \quad g_2 = \pm 1$$

Neste caso, tem-se:

$$r = 2p \pm (2N_1 - N_2) \quad \text{e} \quad r = \pm(2N_1 - N_2) \quad (\text{A.9})$$

$$5) \quad g_1 = \mp 2 \quad \text{e} \quad g_2 = \pm 2$$

$$r = 2p \pm 2(N_1 - N_2) \quad \text{e} \quad r = \pm 2(N_1 - N_2) \quad (\text{A.10})$$

Aqui, a diferença de ranhuras fica multiplicada por 2. Um caso mais crítico já foi mostrado no item 1.

**6) Outras combinações não são significativas.**

Assim, para evitar os ruídos de ordem  $r$  e  $-r$ , devido à combinação de ranhuras, deve-se ter:

$$a) \quad \text{Para } g_1 = \pm 1 \quad \text{e} \quad g_2 = \pm 1$$

$$(N_1 - N_2) \neq \pm(2p \pm r) \quad \text{e} \quad (N_1 - N_2) \neq \pm r \quad (\text{A.11})$$

$$b) \quad \text{Para } g_1 = \pm 1 \quad \text{e} \quad g_2 = \pm 2$$

$$(N_1 - 2N_2) \neq \pm(2p \pm r) \quad \text{e} \quad (N_1 - 2N_2) \neq \pm r \quad (\text{A.12})$$

$$c) \quad \text{Para } g_1 = \pm 2 \quad \text{e} \quad g_2 = \pm 1$$

$$(2N_1 - N_2) \neq \pm(2p \pm r) \quad \text{e} \quad (2N_1 - N_2) \neq \pm r \quad (\text{A.13})$$



**EXEMPLO:**

$$N_1 = 48, \quad N_2 = 58, \quad 2p = 8$$

Então:

$$N_1 - N_2 = -10$$

$$N_1 - 2N_2 = -68$$

$$2N_1 - N_2 = 38$$

Para evitar os principais modos de vibrações, ou seja,  $r = 0$  a 10, deve-se ter:

Modo de vibração $r$	$(N_1 - N_2), (N_1 - 2N_2)$ e $(2N_1 - N_2)$ diferentes de:		
	$\pm r$	$\pm (2p + r)$	$\pm (2p - r)$
0	$\pm 0$	$\pm 8$	$\pm 8$
1	$\pm 1$	$\pm 9$	$\pm 7$
2	$\pm 2$	$\pm 10$	$\pm 6$
3	$\pm 3$	$\pm 11$	$\pm 5$
4	$\pm 4$	$\pm 11$	$\pm 4$
5	$\pm 5$	$\pm 13$	$\pm 3$
6	$\pm 6$	$\pm 14$	$\pm 2$
7	$\pm 7$	$\pm 15$	$\pm 1$
8	$\pm 8$	$\pm 16$	$\pm 0$
9	$\pm 9$	$\pm 17$	$\pm 1$
10	$\pm 10$	$\pm 18$	$\pm 2$

Como  $N_1 - N_2 = -10$ , este motor tem ruído magnético com modo de vibração  $r = 2$ . É justamente para este modo de vibração que o pacote de chapas é menos rígido, ou seja, se deforma com facilidade. Esta deformação, periódica no tempo e no espaço, gera vibrações também periódicas e, conseqüentemente, ruído. O modo de vibração  $r = 2$  tende a transformar a circunferência do estator em uma elipse.

Com menor intensidade, aparece também ruído com o modo de vibração  $r = 10$ .